

修 士 論 文 の 和 文 要 旨

研究科・専攻	情報理工学研究科 情報・通信工学専攻 博士前期課程		
氏 名	村上 裕馬	学籍番号	1431101
論 文 題 目	空間相関とアレー素子間結合を考慮した MIMO 伝送特性評価法		
<p>要 旨</p> <p>私たちの生活の中には様々な無線の技術が存在し、現代では無線 LAN など、電波でのワイヤレス情報通信が世界中に普及している。近年の LTE 通信システムを始めとした、無線通信システムの高速化、大容量化には、MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) が大きな貢献を果たしている。MIMO とは、送信機と受信機の双方で複数のアンテナを用いることでデータ通信の伝送容量を上げる無線通信技術である。大容量通信の利点から、日常生活においても、携帯電話を皮切りに無線 LAN や LTE などへと応用が広がっている。</p> <p>現在、スマートフォンの通信方式として LTE が主流となっているが、さらに LTE-Advanced から 5G へと、通信速度や通信容量の面で大きな進化が期待されている。それに伴い、小型端末に組み込まれるアンテナの本数も増加していくが、限られた範囲内で複数のアンテナを組み込んだとき、アンテナ間隔が狭まったことによりアンテナ同士が干渉し合い、通信効率向上が見込まれるはずが、むしろ低下してしまうといった問題がある。</p> <p>送受信の双方でアレーアンテナを用いる MIMO システムにおいて、アレー間隔を狭めた場合の、空間相関とアンテナ相互結合の相互作用が MIMO 伝送特性に及ぼす影響を定量的に把握するべく、本研究室では実験的に、あるいは理論的に種々の研究が行われてきた。しかし、MIMO の伝送特性は、電波伝搬の問題（電波の到来方向分布）にも依存するので、現象は複雑である。その理由から、過去の研究ではデータの測定に多大な労力と時間がかかってしまうといった問題が見受けられた。</p> <p>本研究では、MIMO チャネルの受信側に発生する上記の問題を解決し、また、効率的に伝送特性評価を行うべく、簡易なシミュレーションモデルの構築を行った。このモデル作りに際して、相互結合行列（カップリング行列）を用いることにより、空間相関とアンテナ相互結合（カップリング）のうち、両者の影響を分離した評価、および両者を考慮した評価が可能になるため、相互結合行列（カップリング行列）を用いて評価することを提案し、その実用性についてシミュレーション評価を行った。また、得られたシミュレーション結果の妥当性を検証するため、仮想空間内で電波の様々な到来角度およびフェージング環境を実現することが可能な MIMO フェージングエミュレータ（FE）を用いた擬似実験を行い、比較を行った。</p>			

平成 27 年度 修士論文

空間相関とアレー素子間結合を考慮した MIMO 伝送特性評価法

学籍番号 : 1431101
氏名 : 村上 裕馬
専攻 : 情報・通信工学
コース : 情報通信システム
主任指導教員 : 唐沢 好男 教授
指導教員 : 藤井 威生 教授
提出日 : 平成 28 年 1 月 29 日

概要

私たちの生活の中には様々な無線通信の技術が存在し、現代では無線 LAN など、電波でのワイヤレス情報通信が世界中に普及している。近年の LTE 通信システムを始めとした、無線通信システムの高速化、大容量化には、MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) が大きな貢献を果たしている。MIMO とは、送信機と受信機の双方で複数のアンテナを用いることでデータ通信の伝送容量を上げる無線通信技術である。大容量通信の利点から、日常生活においても、携帯電話を皮切りに無線 LAN や LTE などへと応用が広がっている。

現在、スマートフォンの通信方式として LTE が主流となっているが、さらに LTE-Advanced から 5G へと、通信速度や通信容量の面で大きな進化が期待されている。それに伴い、小型端末に組み込まれるアンテナの本数も増加していくが、限られた範囲内で複数のアンテナを組み込んだとき、アンテナ間隔が狭まったことによりアンテナ同士が干渉し合い、通信効率向上が見込まれるはずが、むしろ低下してしまうといった問題がある。

送受信の双方でアレーアンテナを用いる MIMO システムにおいて、アレー間隔を狭めた場合の、空間相関とアンテナ相互結合の相互作用が MIMO 伝送特性に及ぼす影響を定量的に把握するべく、本研究室では実験的に、あるいは理論的に種々の研究が行われてきた [1][2][3]。しかし、MIMO の伝送特性は、電波伝搬の問題（電波の到来方向分布）にも依存するので、現象は複雑である。その理由から、過去の研究ではデータの測定に多大な労力と時間がかかってしまうといった問題が見受けられた。

本研究では、MIMO チャネルの受信側に発生する上記の問題を解決し、また、効率的に伝送特性評価を行うべく、簡易なシミュレーションモデルの構築を行った。このモデル作りに際して、相互結合行列を用いることにより、空間相関とアンテナ相互結合（カップリング）のうち、両者の影響を分離した評価、および両者を考慮した評価が可能になるため、相互結合行列（カップリング行列）を用いて評価することを提案する。

具体的には、過去の研究で 4 本のスリーブアンテナを等間隔に配置したときの、アンテナパターンからカップリング行列を計算してきた部分（高精度推定）を、本研究では、より簡易に求められるデータ、すなわち S パラメータから相互結合行列を計算し、クロネッカーモデル(Kronecker Model)を用いたシミュレーション評価を MATLAB で行った。また、任意の空間相関を形成する相関行列についても、電波の到来方向を限定することで厳密式を近似したものを使った評価を行った。得られたシミュレーション結果に対して、評価結果の検証実験を行うべく、仮想空間内で電波の様々な到来角度およびフェージング環境を実現することが可能な MIMO フェージングエミュレータ (FE) を用いた擬似実験を行い、比較を行った。本論文では、アンテナ同士を近傍に配置したときに発生する現象についての原理や、それらの現象を考慮したシミュレーションモデルの評価、そして FE を用いた検証擬似実験を行った結果について報告する。

目次

概要	i
第 1 章 序論	1
第 2 章 アレーアンテナ近傍配置問題	3
2.1 アンテナ相互結合（カップリング）	4
2.1.1 カップリング行列	6
2.2 空間相関	7
2.2.1 空間相関行列	10
第 3 章 クロネッカーモデルによるカップリング・空間相関の評価	11
3.1 カップリング評価	11
3.1.1 S パラメータからカップリング行列 \mathbf{C} を求める計算について (S パラメータ行列 \mathbf{S} , インピーダンス行列 \mathbf{Z} , カップリング行列 \mathbf{C} の関係)	12
3.1.2 最小二乗近似を用いたカップリング行列 \mathbf{C} の計算について	14
3.1.3 アンテナパターンの計算について	14
3.1.4 アンテナパターン評価結果	15
3.2 空間相関評価	19
3.2.1 相関係数の近似精度評価	19
3.2.2 固有値累積分布特性	30
3.2.3 通信路容量	42
第 4 章 2 ステージ法のフェージングエミュレータ (FE) を用いた実測定評価 検証	53
4.1 FE を用いたチャネル固有値の擬似実験評価	57
4.2 FE を用いた通信路容量の擬似実験評価	60
第 5 章 結論	62
謝辞	63

	参考文献	64
付録 A	式(3.2.1)の近似計算	65
付録 B	実験装置	67
付録 C	使用プログラム（言語：MATLAB）	70

目次

2.1	MIMO システムモデル	3
2.2	送信側に起こるカップリング	5
2.3(a)	受信側に起こるカップリング(1)	5
2.3(b)	受信側に起こるカップリング(2)	6
2.4	空間相関 (素波の場合)	8
2.5	受信点が動かない場合の移動局の一例	8
2.6	移動局にマルチパス波 $\Omega(\theta)$ が到来する様子	9
3.1	②の計算過程の一例	13
3.2	4 本のリニアアレー	14
3.3	各素子のアンテナ放射パターン($1/8 \lambda$)	16
3.4	各素子のアンテナ放射パターン($1/4 \lambda$)	17
3.5	各素子のアンテナ放射パターン($1/2 \lambda$)	17
3.6	各素子のアンテナ放射パターン($1/1 \lambda$)	18
3.7	各素子のアンテナ放射パターン($3/2 \lambda$)	18
3.8	空間相関の近似精度評価 ($\theta_0 = 0^\circ$)	21
3.9	空間相関の近似精度評価 ($\theta_0 = 5^\circ$)	22
3.10	空間相関の近似精度評価 ($\theta_0 = 10^\circ$)	23
3.11	空間相関の近似精度評価 ($\theta_0 = 20^\circ$)	24
3.12	空間相関の近似精度評価 ($\theta_0 = 30^\circ$)	25
3.13	空間相関の近似精度評価 ($\theta_0 = 90^\circ$)	26
3.14	Case 1 : 電波が一様に到来する環境	27
3.15	Case 2 : $\theta_0 = 90^\circ$ 方向から電波が到来する環境	28
3.16	Case 3 : $\theta_0 = 45^\circ$ 方向から電波が到来する環境	28
3.17	Case 4 : $\theta_0 = 30^\circ$ 方向から電波が到来する環境	29
3.18	Case 5 : $\theta_0 = 0^\circ$ 方向から電波が到来する環境	29
3.19	固有パスを考慮した MIMO チャネルの等価回路図	30
3.20	固有値累積分布(アンテナ間隔 $1/8 \lambda$)	32
3.21	固有値累積分布(アンテナ間隔 $1/4 \lambda$)	33
3.22	固有値累積分布(アンテナ間隔 $3/8 \lambda$)	34
3.23	固有値累積分布(アンテナ間隔 $1/2 \lambda$)	35
3.24	固有値累積分布(アンテナ間隔 $3/4 \lambda$)	36

3.25	固有値累積分布(アンテナ間隔 $1/1 \lambda$)	37
3.26	固有値累積分布(アンテナ間隔 $5/4 \lambda$)	38
3.27	固有値累積分布(アンテナ間隔 $3/2 \lambda$)	39
3.28(a)	各 Case における固有値平均値	40
3.28(b)	各 Case における固有値平均値 (続き)	41
3.29	通信路容量 CDF (アンテナ間隔 $1/8 \lambda$)	43
3.30	通信路容量 CDF (アンテナ間隔 $1/4 \lambda$)	44
3.31	通信路容量 CDF (アンテナ間隔 $3/8 \lambda$)	45
3.32	通信路容量 CDF (アンテナ間隔 $1/2 \lambda$)	46
3.33	通信路容量 CDF (アンテナ間隔 $3/4 \lambda$)	47
3.34	通信路容量 CDF (アンテナ間隔 $1/1 \lambda$)	48
3.35	通信路容量 CDF (アンテナ間隔 $5/4 \lambda$)	49
3.36	通信路容量 CDF (アンテナ間隔 $3/2 \lambda$)	50
3.37	通信路容量平均値	52
4.1	MIMO フェージングエミュレータ (FE) を用いた実験系	54
4.2	OTACtrl の設定画面 (Windows アプリケーション)	55
4.3	FPGA が形成するプローブアンテナのイメージ	56
4.4	出力信号分割のイメージ	57
4.5(a)	固有値平均値 (FE とシミュレーション)	58
4.5(b)	固有値平均値 (FE とシミュレーション) (続き)	59
4.6	通信路容量平均値 (FE とシミュレーション)	61
B.1	AFG3251	67
B.2	SIGNAL GENERATOR (5kHz_6.0GHz, SMT 06)	67
B.3	MIMO フェージングエミュレータ (FE)	68
B.4	フェージングエミュレータ (FE) の性能諸元	68
B.5	RTO1024	69

表目次

2.1	式(2.2.1)のパラメータ説明	7
3.1	式(3.1.6)のパラメータ説明	15
4.1	図 4.1 の各機材のパラメータ諸元	54

第 1 章

序論

私たちの生活の中には様々な無線通信の技術が存在し、現代では無線 LAN など、電波でのワイヤレス情報通信が世界中に普及している。近年の LTE 通信システムを始めとした、無線通信システムの高速化、大容量化には、MIMO (Multiple-Input Multiple-Output) が大きな貢献を果たしている。MIMO とは、送信機と受信機の双方で複数のアンテナを用いることでデータ通信の伝送容量を上げる無線通信技術である。大容量通信の利点から、日常生活においても、携帯電話を皮切りに無線 LAN や LTE などへと応用が広がっている。

現在、スマートフォンの通信方式として LTE が主流となっているが、さらに LTE-Advanced から 5G へと、通信速度や通信容量の面で大きな進化が期待されている。それに伴い、小型端末に組み込まれるアンテナの本数も増加していくが、限られた範囲内で複数のアンテナを組み込んだとき、アンテナ間隔が狭まったことによりアンテナ同士が干渉し合い、通信効率向上が見込まれるはずが、むしろ低下してしまうといった問題がある。

送受信の双方でアレーアンテナを用いる MIMO システムにおいて、アレー間隔を狭めた場合の、空間相関とアンテナ相互結合の相互作用が MIMO 伝送特性に及ぼす影響を定量的に把握するべく、本研究では実験的に、あるいは理論的に種々の研究が行われてきた [1][2][3]。しかし、MIMO の伝送特性は、電波伝搬の問題（電波の到来方向分布）にも依存するので、現象は複雑である。その理由から、過去の研究ではデータの測定に多大な労力と時間がかかってしまうといった問題が見受けられた。

本研究では、MIMO チャネルの受信側に発生する上記の問題を解決し、また、効率的に伝送特性評価を行うべく、簡易なシミュレーションモデルの構築を行った。このモデル作りに際して、相互結合行列を用いることにより、空間相関とアンテナ相互結合（カップリング）のうち、両者の影響を分離した評価、および両者を考慮した評価が可能になるため、相互結合行列（カップリング行列）を用いて評価することを提案する。

具体的には、過去の研究 [1][2][3] で 4 本のスリーブアンテナを等間隔に配置したときの、アンテナパターンからカップリング行列を計算してきた部分（高精度推定）を、本研究では、より簡易に求められるデータ、すなわち S パラメータから相互結合行列を計算し、クロネッカーモデル (Kronecker Model) を用いたシミュレーション評価を MATLAB で行った。また、任意の空間相関を形成する相関行列についても、電波の到来方向を限定することで厳密式を近似したものを使った評価を行った。得られたシミュレーション結果に対して、評価結果の検証実験を行うべく、仮想空間内で電波の様々な到来角度およびフェージング環境を実現することが可能な MIMO フェージングエミュレータ (FE) を用いた擬似実験を

行い、比較を行った。本論文では、アンテナ同士を近傍に配置したときに発生する現象についての原理や、それらの現象を考慮したシミュレーションモデルの評価、そしてシミュレーション結果についての検証疑似実験を行った結果について報告する。

本論文の構成について説明する。まず、第 2 章で空間相関とカップリング、および本研究のシミュレーションモデルであるクロネッカーモデルについての理論的な原理について説明する。次に、第 3 章でクロネッカーモデルに用いるカップリング行列と相関行列を簡易に求める計算法についての実用性評価、および考察について述べた後、実用性を重視したクロネッカーモデルを用いたシミュレーション評価と、その評価に対する考察を述べる。第 4 章でシミュレーション評価結果の妥当性を検証するため、フェージングエミュレータを用いた疑似実験について述べ、第 5 章で結論を述べる。

第 2 章

アレーアンテナ近傍配置問題

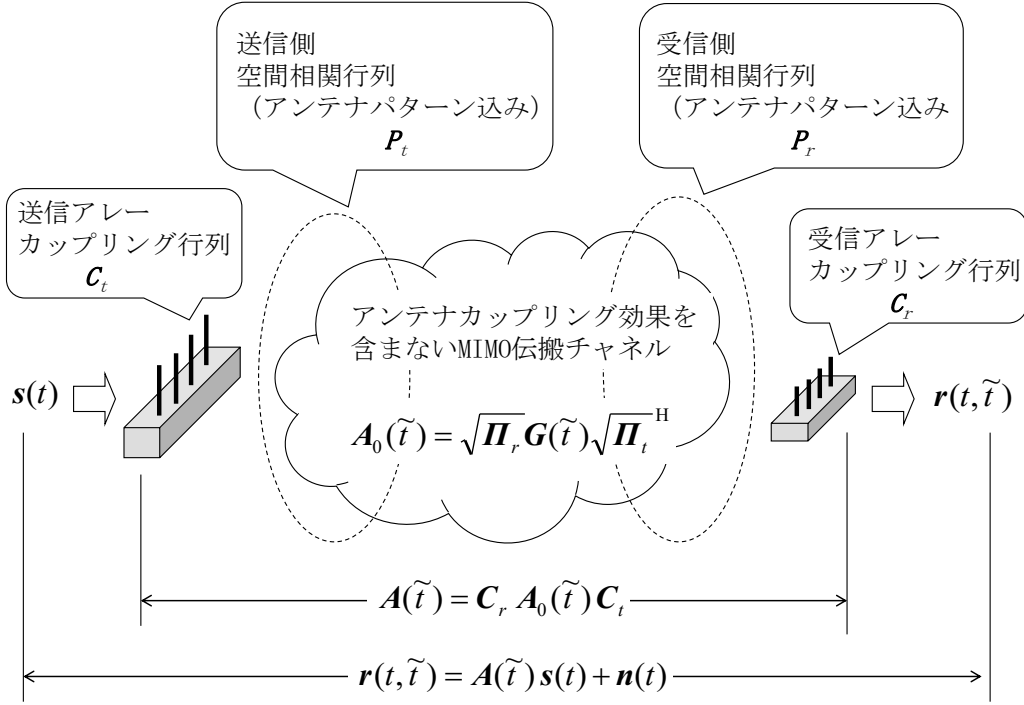


図 2.1 MIMO システムモデル

図 2.1 のような MIMO システムについて考察する．携帯電話やスマートフォンのようなスペースに制約がある端末側(受信側)に複数のアンテナが配置されるとき，アレー素子間結合（カップリング）が生じ，システム全体の伝送特性に影響が出る．この伝送特性は，電波伝搬の問題(電波の到来方向分布)にも依存するので，現象は複雑である．そこで，上記の問題を理論的にモデル化（クロネッカーモデル表現）すると，MIMO の伝送特性（チャンネル特性） \mathbf{A} は以下の式(2.1) で表される．（カップリング行列を \mathbf{C}_r ， \mathbf{C}_t とし，空間相関行列を $\sqrt{\mathbf{\Pi}_r}$ ， $\sqrt{\mathbf{\Pi}_t}$ とする． \mathbf{G} は複素正規乱数行列（行列の要素を $g_{i,j}$ とすると， $\langle |g_{i,j}|^2 \rangle = 1$ ）である．右肩の H は複素共役転置を表す）

$$\mathbf{A} = \mathbf{C}_r \sqrt{\mathbf{\Pi}_r} \mathbf{G} \sqrt{\mathbf{\Pi}_t}^H \mathbf{C}_t \quad (2.1)$$

$$g_{i,j} = \frac{x_{i,j} + jy_{i,j}}{\sqrt{2}} \quad (2.2)$$

ここで， $x_{i,j}$ と $y_{i,j}$ は $N(0,1)$ の独立した正規乱数である．

図 2.1 に示されているように，チャンネル特性 \mathbf{A} は，空間相関のみを考慮したチャンネル特

性 $\mathbf{A}_o(\tilde{\mathbf{t}})$ とカップリングのみを考慮したチャネル特性 $\mathbf{A}_e(\tilde{\mathbf{t}})$ に分離することができ、複雑な現象を分けて考察することが可能となる。

なお、本研究では、送信側を i.i.d. (無相関) としたため、送信側のカップリング行列 \mathbf{C}_t および空間相関行列 $\sqrt{\boldsymbol{\Pi}_t}$ は、単位行列 \mathbf{I} となる。したがって、式(2.1)は以下の式(2.3)となる。(図 2.1 中の \mathbf{C}_t , $\sqrt{\boldsymbol{\Pi}_t}$ についても同様に単位行列 \mathbf{I} で考える)

$$\mathbf{A} = \mathbf{C}_r \sqrt{\boldsymbol{\Pi}_r} \mathbf{G} \quad (2.3)$$

上記のシステムモデルにおいて、配置されるアンテナは送受信側ともに無指向性の半波長ダイポールアンテナとする。(指向性に依存性があると、カップリング行列に入射角依存性が生じ、電波伝搬の問題と分離したことにならず、モデルの思想が一貫しなくなるためダイポールアンテナを用いた) また、本研究では 4×4 MIMO について評価・実験を行った。

2.1 アンテナ相互結合 (カップリング)

アレー素子の利得は、アレー内の個々の素子の利得に関係している[4]。しかし、アンテナ単体の利得は、複数本のアンテナを並べたときの同じアンテナ 1 本の利得とは非常に異なり、また、アレー中心を中心点として、アレー中心付近と端で対照的な放射パターンが観察される。これは、アンテナ間で発生する電磁結合(カップリング) が原因であり、この結合がアレー素子の利得に影響を及ぼしている。[4] カップリングは電波の送受信時において、送信側、受信側の両アレーに起こる現象であり、送受信時にアンテナから流れる微弱な電流が、隣接する他素子の伝送特性に影響を及ぼす。この現象は MIMO チャネル全体にも影響する。

カップリングの発生現象の様子を図 2.2～図 2.3(b)に示す。本論文では、一例として 4×4 MIMO におけるカップリングを図として掲載したが、カップリングは 4×4 MIMO に限らず、 $N \times M$ MIMO ($M \neq N$, $M \geq 2$, $N \geq 2$) でも起こる現象である。ここで、図 2.2 は送信側のカップリングを、図 2.3(a)および図 2.3(b)は受信側のカップリングを図示している。まず、送信側に起こるカップリングについて述べる。図 2.2 は各素子から電波を送る瞬間の様子を表している。Antenna 1 に注目したとき、送信される電波の一部は Antenna 1 以外の他素子にも放射される。Antenna 1 の電波を受けた他素子は、一部は受信する(点線)が、残りは反射波として空气中に放射される(波線)。各素子の反射波は再び他素子に放射され、電波のエネルギーがゼロになるまで上述した現象が各素子で繰り返される。続いて、受信側に起こるカップリングについて述べる。図 2.3(a)のような角度で電波が到来する状況を考えたとき、4つの素子のうち、最初に電波を受信するのは Antenna 1 である。その後、図 2.3(b)のように、受信した電波の一部は反射波として空气中に放射され、残りは他素子へと放射される。他素子に放射された電波は再び反射され、送信側と同様上述した現象が各素子で繰り返される。このように、送受信時において、各素子が他素子から受ける反射波

による影響を総じて、アンテナ相互結合（カップリング）と呼んでいる。

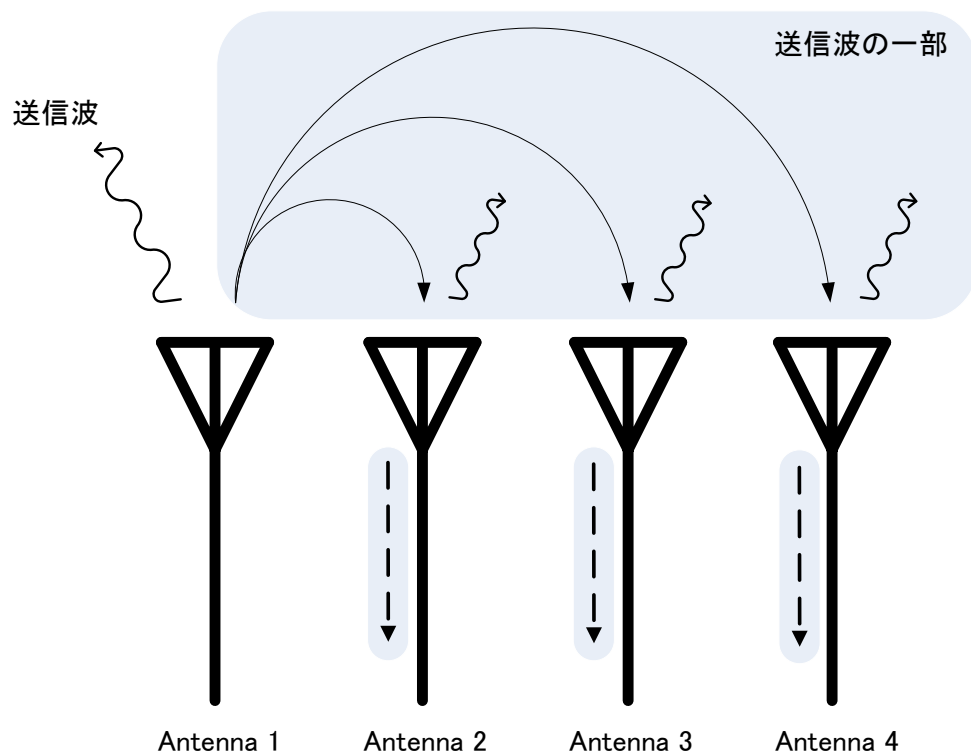


図 2.2

送信側に起こるカップリング

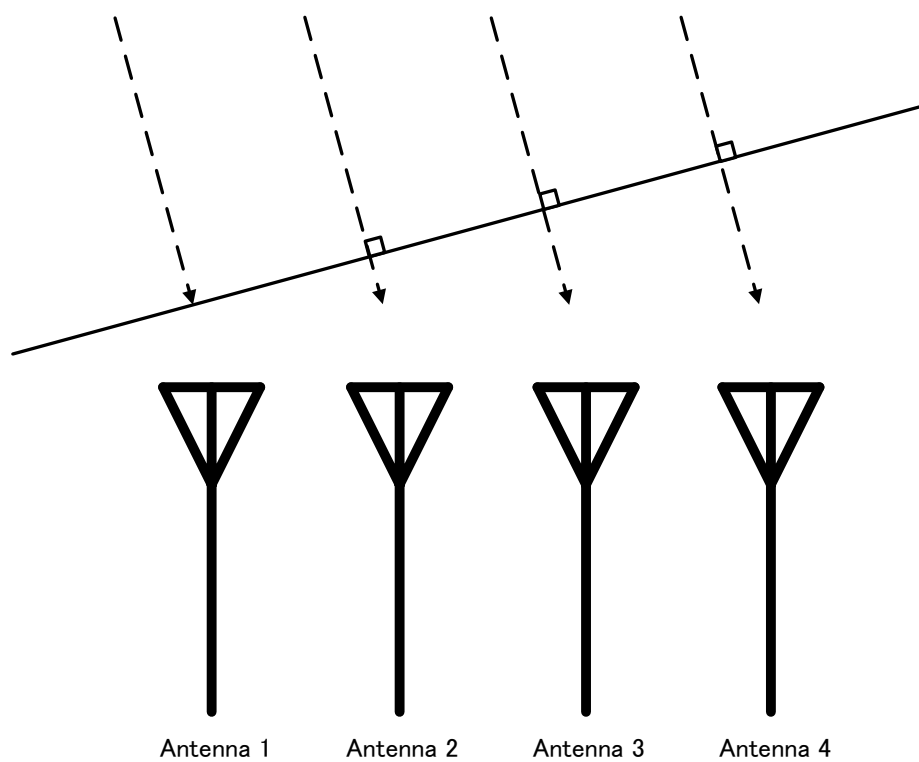


図 2.3(a)

受信側に起こるカップリング(1)

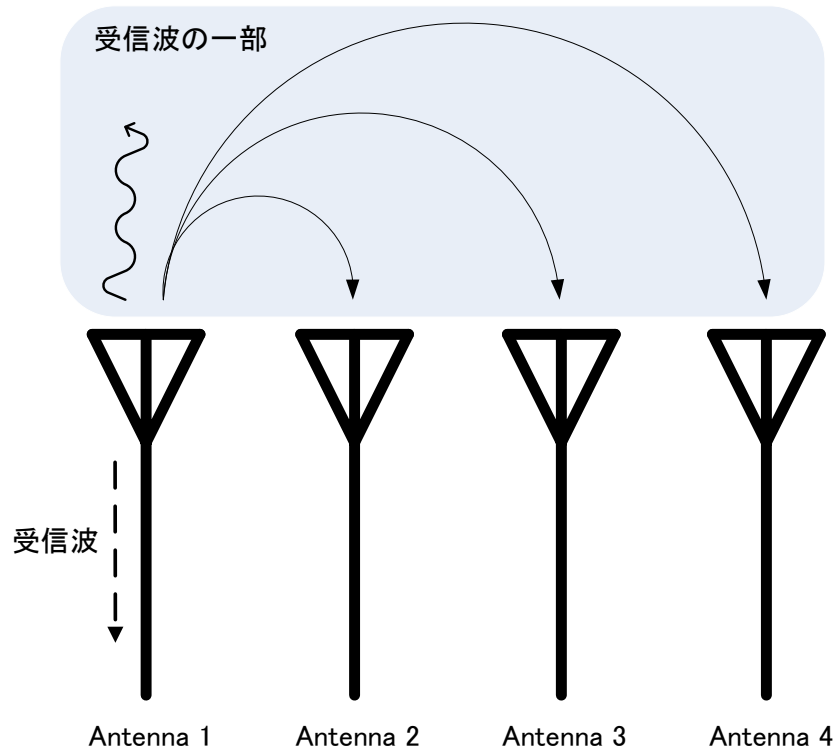


図 2.3(b)

受信側に起こるカップリング(2)

2.1.1 カップリング行列

前述したカップリングを定量的に表現するものがカップリング行列である．アレーアンテナの本数を K 本とすれば，カップリング行列の次元は $K \times K$ 次元となる．本研究では 4×4 MIMO について考察しているので，カップリング行列 C は，以下の式(2.1.1)のように表される．

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} \end{bmatrix} \quad (2.1.1)$$

式(2.1.1)について，行列要素を (m, n) とすると，

$$c_{m,n} = c_{n,m}^* \quad (2.1.2)$$

であるので，カップリング行列 C は対称行列である．(右肩の※印は複素共役を表す)

MIMO チャンネルにおいてカップリングのない理想的な状態であれば，カップリング行列 C は単位行列となるが，実際は対角成分以外の要素は複素数 $(a + jb)$ となる．

2.2 空間相関

空間相関とは、空間的に離れた 2 点のアンテナ間のフェージングの相関のことである。電波の到来状況と 2 点の位置関係に依存する。アンテナ間隔が小さいほど信号変動が同じ変動に近づき、第 1 固有値～第 4 固有値のうち、第 1 固有値だけ大きくなり、第 2 固有値～第 4 固有値は極めて 0 に近い値となり、マルチパス環境下でも MIMO のパスが 1 つしかない状況になってしまう。上記の要因により、MIMO の伝送効率は低下する。(チャネル特性 A の固有値については、3.2.2 固有値累積分布で後述する。)

以下に、空間相関特性について、理論的に説明する。

空間相関特性は、図 2.4 のように x と $x + \Delta x$ について、 Δx 一定のまま x の変化に対する相関を求めるものであるが、図 2.5 に示すように受信点が動かなくとも、移動局の移動に伴う信号の時間的変動がある場合(角度プロファイルは移動局は一様分布、受信点(基地局側)は移動局を中心とした正規分布する場合)には、 x を固定して x と $x + \Delta x$ の 2 信号の時間的変動の相関から空間相関特性を求めることができる。[5] 指向性のあるアンテナでのマルチパス環境下での平均受信電力 MEG(Mean Effective Grain)を G_s とすると、以下の式(2.2.1)で表される。

$$G_e = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} G(\theta, \phi) \Omega(\theta, \phi) \sin \theta d\phi d\theta \quad (2.2.1)$$

ここで、 θ は 3 次元空間で見たときの電波の仰角（アンテナの移動方向、すなわちベースライン方向を $\theta = 0$ とする）を、 ϕ は水平面上における電波の到来角を示す。

なお、式(2.2.1)中にある各パラメータについては、以下の表 2.1 の通りである。

表 2.1 式(2.2.1)のパラメータ説明

$a(\theta, \phi)$	到来波（素波）の複素振幅
$g(\theta, \phi)$	アンテナ指向性（複素振幅）
$\Omega(\theta, \phi) = \langle a(\theta, \phi) ^2 \rangle$	平均電力角度到来プロファイル
$G(\theta, \phi) = g(\theta, \phi) ^2$	アンテナの電力指向性

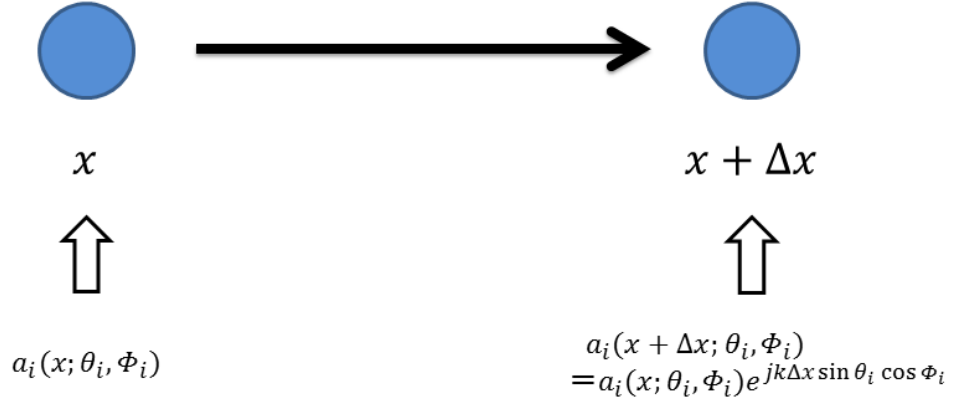


図 2.4 空間相関（素波の場合）

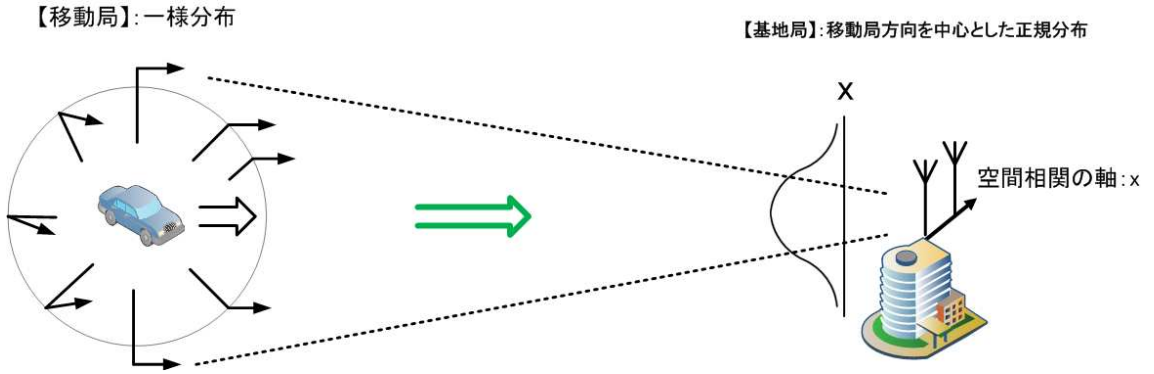


図 2.5 受信点が動かない場合の移動局の一例

また，図 2.4 に表すように，素波の場合における空間相関係数 $\rho_a^{(i)}(\Delta x)$ については，以下の式(2.2.2)のように表される．(k は電波の波数($k = \frac{2\pi}{\lambda}$)である)

$$\begin{aligned} \rho_a^{(i)}(\Delta x) &\propto \langle g^*(\theta_i, \Phi_i) a_i^*(x; \theta_i, \Phi_i) g(\theta_i, \Phi_i) a_i(x + \Delta x; \theta_i, \Phi_i) \rangle \\ &= G(\theta_i, \Phi_i) \langle a_i^*(x; \theta_i, \Phi_i) a_i(x + \Delta x; \theta_i, \Phi_i) \rangle \\ &= G(\theta_i, \Phi_i) \Omega(\theta_i, \Phi_i) e^{jk\Delta x \sin \theta_i \cos \Phi_i} \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

式(2.2.1)および式(2.2.2)より，3次元空間からの到来波に対する空間相関は，以下の式(2.2.3)のように表される．

$$\rho_a(\Delta x) = \frac{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} G(\theta, \Phi) \Omega(\theta, \Phi) e^{jk\Delta x \sin \theta \cos \Phi} \sin \theta d\Phi d\theta}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} G(\theta, \Phi) \Omega(\theta, \Phi) \sin \theta d\Phi d\theta} \quad (2.2.3)$$

さらに，2次元空間の到来波(水平面の電波のみ到来する場合)における空間相関は，仰角 θ が無視できるので，式(2.2.4)で表される．

$$\rho_a(\Delta x) = \frac{\int_0^{2\pi} G(\Phi) \Omega(\Phi) e^{jk\Delta x \cos \Phi} d\Phi}{\int_0^{2\pi} G(\Phi) \Omega(\Phi) d\Phi} \quad (2.2.4)$$

本研究では，無指向性の半波長ダイポールアンテナを想定して考察しているので，アンテナ指向性 $g(\theta, \Phi)$ を無視できる．したがって，以下の式(2.2.6) へと簡易化することができる．

また，角度プロファイル $\Omega(\theta)$ については，以下の式(2.2.5)のように定義される．(P_R は単位アンテナの平均受信電力を表す．) 角度プロファイル $\Omega(\theta)$ を定義することによって，式(2.2.4)は式(2.2.6)へと簡易化できる．

$$\Omega(\theta) = \frac{P_R}{2\pi} \quad (2.2.5)$$

$$\rho_a(\Delta x) = \frac{\int_0^{2\pi} \Omega(\Phi) e^{jk\Delta x \cos \Phi} d\Phi}{\int_0^{2\pi} \Omega(\Phi) d\Phi}$$

(視認性向上のため，角度変数 Φ を θ に置き換える)

$$\begin{aligned} \rho_a(\Delta x) &= \frac{\int_0^{2\pi} \Omega(\theta) e^{jk\Delta x \cos \theta} d\theta}{\int_0^{2\pi} \Omega(\theta) d\theta} \\ &= J_0(k\Delta x) \end{aligned} \quad (2.2.6)$$

ここで，式(2.2.6)の J_0 は 0 次ベッセル関数を表す．

以上より，式(2.2.6)を考慮したフェージング環境は，以下の図 2.6 で表される．($\theta = \theta_0$ を中心とする微小角度範囲 $\Delta\theta$ 内に平均電力 $\Omega(\theta_0)\Delta\theta$ をもつ散乱波が入射する．[5])

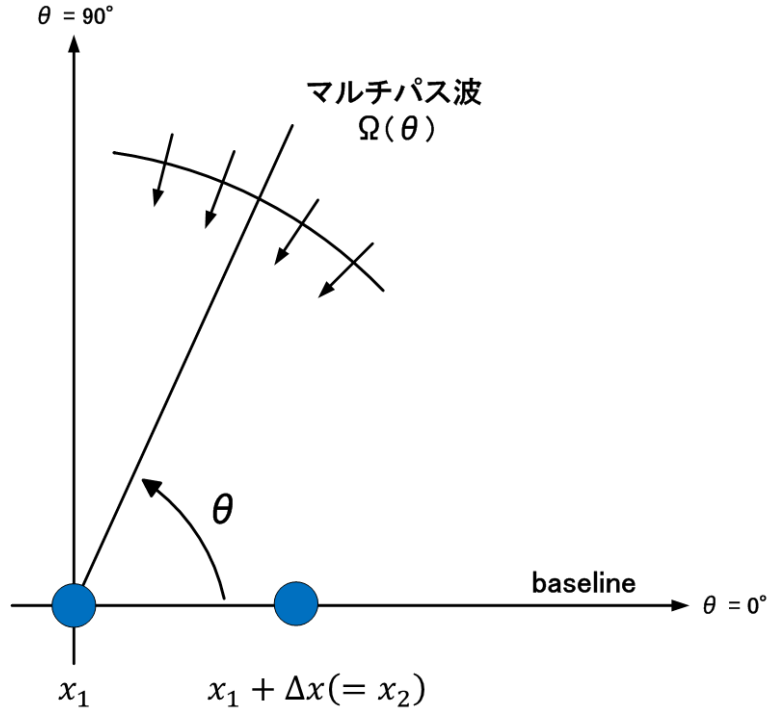


図 2.6

移動局にマルチパス波 $\Omega(\theta)$ が到来する様子

2.2.1 空間相関行列

空間相関行列(チャンネル行列)は, 送受信アンテナ間のチャンネル応答を表す行列であり, 空間相関行列の固有値は各送信信号系列の受信 SNR (Signal to Noise Ratio) に影響する. 空間相関行列の固有値については 3.2.2. 固有値累積分布特性で後述する.

本研究で考察する, 等間隔直線上(アンテナ間隔を d_r とする)にアンテナを配置したときの 4×4 MIMO において, 受信側の空間相関行列 Π_r を式(2.2.5)を用いて表すと, 以下の式(2.2.7), (2.2.8)のようになる.

$$\Pi_r = \begin{bmatrix} 1 & \rho_a(d_r) & \rho_a(2d_r) & \rho_a(3d_r) \\ \rho_a^*(d_r) & 1 & \rho_a(d_r) & \rho_a(2d_r) \\ \rho_a^*(2d_r) & \rho_a^*(d_r) & 1 & \rho_a(d_r) \\ \rho_a^*(3d_r) & \rho_a^*(2d_r) & \rho_a^*(d_r) & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2.7)$$

$$\rho_a(d_r) = J_0(k\Delta x) \quad (2.2.8)$$

式(2.2.5)および(2.2.8)の $J_0(k\Delta x)$ については, 移動通信のレイリーフェージング環境での典型的な理論式であり, MIMO チャンネルの受信側において, 電波が一様に全方向から到来する状況を想定したものである. 本研究では, 電波の到来方向が限定されるが, より簡易に, かつ $J_0(k\Delta x)$ に近い精度で評価できる空間相関理論式について考察を行った.(評価結果については, 3.2 空間相関評価で後述する.) 上記の理由により, 受信側の空間相関行列 Π_r に用いられる複素空間相関係数 $\rho_a(d_r)$ は用いる式によって変化する.(本研究で用いる複素空間相関係数 $\rho_a(d_r)$ については, 本論文 p.27 の Case 1~Case 5 を参照していただきたい)

式(2.3)および式(2.2.7)より, チャンネル応答行列 \mathbf{A} が求まり, これに右から \mathbf{A} の複素共役転置 \mathbf{A}^H を乗算することにより, 受信側におけるチャンネル行列 $\mathbf{A}\mathbf{A}^H$ が求まる.

第3章

クロネッカーモデルによるカップリング・空間 関連の評価

3.1 カップリング評価

受信側のカップリング行列 \mathbf{C}_r を求める方法については、以下の3つの方法を考える。

- i) モーメント法などでアンテナ解析を行い、インピーダンス行列を求め、これからカップリング行列を求める方法
- ii) 実物のアンテナの \mathbf{S} パラメータ行列を、ネットワークアナライザで測定し、これからカップリング行列を求める方法
- iii) 実物のアンテナのカップリングのある状態での各素子アンテナの指向性を測定し、その指向性に対する最小二乗近似でカップリング行列を求める方法

上記(i)～(iii)の方法は、いずれも従来から使用されているものである。(iii)については、 \mathbf{C}_r をアンテナそのものから求めるため、最も信頼できるカップリング行列が得られるが、電波暗室内でのアンテナ指向性の測定が必要になり、測定が大掛かりとなって時間と労力がかかってしまうといった問題がある。そこで、(iii)に代わる簡易的な手法で十分な精度の \mathbf{C}_r が得られるかどうか、(i)および(ii)の方法で求めたカップリング行列 \mathbf{C}_r についてシミュレーション評価を行った。

具体的には、以下の3つについて、カップリング行列の優劣に関する評価を行った。

- ① カップリング時の実測アンテナパターン
- ② 上記(ii)により求めたカップリング行列から計算したアンテナ素子パターン
- ③ 上記(iii)により求めたカップリング行列から計算したアンテナ素子パターン

上記の②、③のうち、どちらが実測定で求めた①のデータに近いのかという疑問を明確にするため、アンテナ放射パターンおよび放射パターンの2次元グラフ(縦軸 dB, 横軸 θ)でのシミュレーション評価を行った。以下に、②および③についての詳細な計算方法を記した。

3.1.1 S パラメータからカップリング行列 \mathbf{C} を求める計算について (S パラメータ行列 \mathbf{S} , インピーダンス行列 \mathbf{Z} , カップリング行列 \mathbf{C} の関係)

前述した②については、実測定で得た S パラメータから行列 \mathbf{S} (4 行 4 列) を作成し、以下の式(3.1.1)および(3.1.2) を用いて、S パラメータ行列 $\mathbf{S} \Rightarrow$ インピーダンス行列 $\mathbf{Z} \Rightarrow$ カップリング行列 \mathbf{C} へと変換していった.[6][7] なお、単位行列は \mathbf{I} (4 行 4 列) とした.

$$\mathbf{Z} = z_0(\mathbf{I} + \mathbf{S})(\mathbf{I} - \mathbf{S})^{-1} \quad (3.1.1)$$

$$\mathbf{C} = \frac{z_0 \mathbf{I}}{\alpha(\mathbf{Z} + z_0 \mathbf{I})} \quad (3.1.2)$$

負荷インピーダンス(受信機インピーダンス) z_0 については、整合が取れていると仮定して、 $z_0 = 50[\Omega]$ とした.

α はカップリングがないとき、 \mathbf{C} が単位行列になるための補正係数であり、インピーダンス行列 \mathbf{Z} の (1, 1) 成分を z_{11} , z_{11} の複素共役を z_{11}^* とおくと、以下の式(3.1.3) で表される.

$$\alpha = \frac{z_{11}^*}{(z_{11} + z_{11}^*)} \quad (3.1.3)$$

なお、本研究では理想的な値を仮定して、 $\alpha = \frac{1}{2}$ とした.

例として、アンテナ間隔を 1/8 波長にして 4 本のアンテナについて測定したときの S パラメータ行列 \mathbf{S} から、インピーダンス行列 \mathbf{Z} , カップリング行列 \mathbf{C} へと変換していった計算過程を図 3.1 に示す.

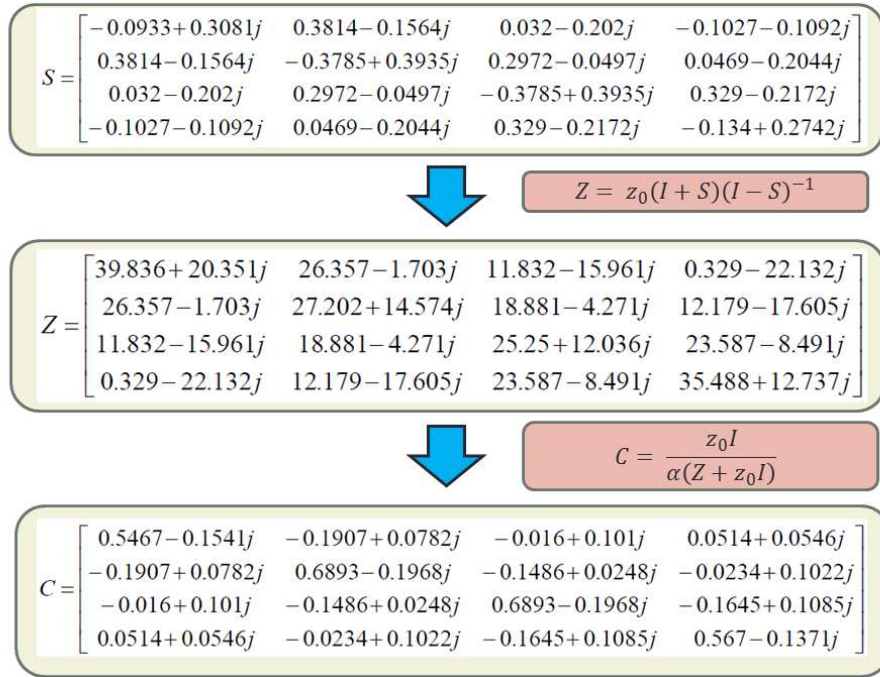


図 3.1 ②の計算過程の一例

さらに、式(3.1.1), (3.1.2)を組み合わせる ((3.1.2)の \mathbf{Z} に(3.1.1)を代入する) ことにより、インピーダンス行列 \mathbf{Z} を介することなく、より簡易にカップリング行列 \mathbf{C} を計算できる式に変形することができた。②については、この簡易式(3.1.4)を用いて、精度検証および、①、③との比較の目的のもと、シミュレーション評価を行った。

$$\begin{aligned}
 \mathbf{C} &= \frac{z_0}{\alpha} \{z_0(\mathbf{I} + \mathbf{S})(\mathbf{I} - \mathbf{S})^{-1} + z_0 \mathbf{I}\}^{-1} \\
 &= \frac{1}{\alpha} \{(\mathbf{I} + \mathbf{S})(\mathbf{I} - \mathbf{S})^{-1} + \mathbf{I}\}^{-1} \\
 &= \frac{1}{\alpha} \{(\mathbf{I} + \mathbf{S})(\mathbf{I} - \mathbf{S})^{-1} + (\mathbf{I} + \mathbf{S})(\mathbf{I} - \mathbf{S})^{-1}\}^{-1} \\
 &= \frac{1}{\alpha} \{2(\mathbf{I} - \mathbf{S})^{-1}\}^{-1} \\
 &= \mathbf{I} - \mathbf{S}
 \end{aligned} \tag{3.1.4}$$

3.1.2 最小二乗近似を用いたカップリング行列 \mathbf{C} の計算について

③の計算については、所望のアンテナパターンの電力利得[dB]に対して、カップリング、空間相関の影響をともに受けないアンテナ間隔（1.5 波長）のアンテナパターンの平均電力を 0[dB]として、規格化（正規化）したものである。

3.1.3 アンテナパターンの計算について

以下に、上記①～③で求めたカップリング行列 \mathbf{C} からアンテナ放射パターンを求める方法について述べていく。

図 3.2 に示す、 x 軸と y 軸で構成される 2 次元空間上に配置された 4 本のリニアアレーを考える。アンテナ間隔は等間隔である。（ここでは例として、アンテナ間隔を $1/8$ 波長とした）

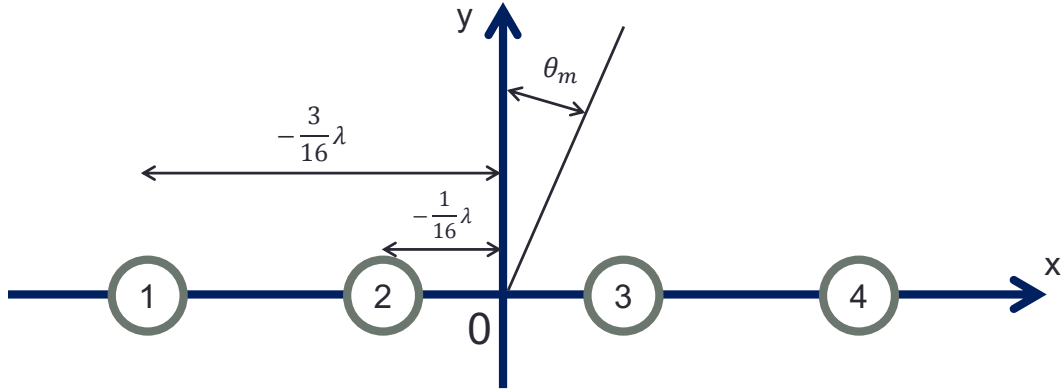


図 3.2 4 本のリニアアレー

このとき、アンテナ単体の遠方放射界は以下の式(3.1.5)および式(3.1.6)で表される。

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_1(\theta_1) & f_1(\theta_2) & \cdots & f_1(\theta_M) \\ f_2(\theta_1) & f_2(\theta_2) & \cdots & f_2(\theta_M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_N(\theta_1) & f_N(\theta_2) & \cdots & f_N(\theta_M) \end{bmatrix} \quad (3.1.5)$$

$$f_n(\theta_m) = g_n(\theta_m)e^{-jkx_n \sin \theta_m} \quad (3.1.6)$$

上記の式(3.1.5)および式(3.1.6)中の各パラメータについては、以下の表 3.1 にまとめた。

表 3.1 式(3.1.6)のパラメータ説明

$g_n(\theta_m)$	アンテナが原点に位置する場合のアンテナ単体の放射パターン
x_n	アンテナの位置
k	波数(位相定数)
$f_n(\theta_m)$	アレー位置におけるアンテナ間の相互結合が存在しない場合の放射パターン

実際にはアンテナ間のカップリングが考慮されるので、アンテナ放射パターンを表す $g_n(\theta_m)$ は $g_n'(\theta_m)$ へと変化する。つまり、カップリングを考慮した場合の放射パターンは以下の式(3.1.7)および(3.1.8)で表される。

$$\mathbf{F}' = \begin{bmatrix} f_1'(\theta_1) & f_1'(\theta_2) & \cdots & f_1'(\theta_M) \\ f_2'(\theta_1) & f_2'(\theta_2) & \cdots & f_2'(\theta_M) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_N'(\theta_1) & f_N'(\theta_2) & \cdots & f_N'(\theta_M) \end{bmatrix} \quad (3.1.7)$$

$$f_n'(\theta_m) = g_n'(\theta_m)e^{-jkx_n \sin \theta_m} \quad (3.1.8)$$

変化後の放射パターンは、他のアンテナが 2 次波源となるので、それらが合成されたものと考察すれば、カップリング行列 (相互結合量) \mathbf{C} を用いて、以下の式(3.1.9) で表される。

$$\mathbf{F}' = \mathbf{C}\mathbf{F} \quad (3.1.9)$$

以上より、カップリング行列 \mathbf{C} とアンテナ単体の遠方放射界 \mathbf{F} の 2 つを求めれば、カップリング評価が可能であることが分かる。本論文では、理論値として $g_n(\theta_m) = 1$, $N = 4$, $M = 721$ ($\theta_m = 0^\circ \sim 360^\circ$ を 0.5° ずつとっていく) とした。つまり、カップリング行列 \mathbf{C} (4×4 行列) とアンテナ単体の遠方放射界 \mathbf{F} (4×721 行列) が求まれば、アンテナ放射パターン (極座標表示) のグラフを描写することができる。

3.1.4 アンテナパターン評価結果

以下に，アンテナ 4 本を等間隔 ($1/8\lambda$, $1/4\lambda$, $1/2\lambda$, 1λ , $3/2\lambda$ (λ は波長を表す)) で配置したときの，各素子の放射パターンの 2 次元グラフ（縦軸 dB，横軸 θ ）を図 3.3～図 3.7 に示す．

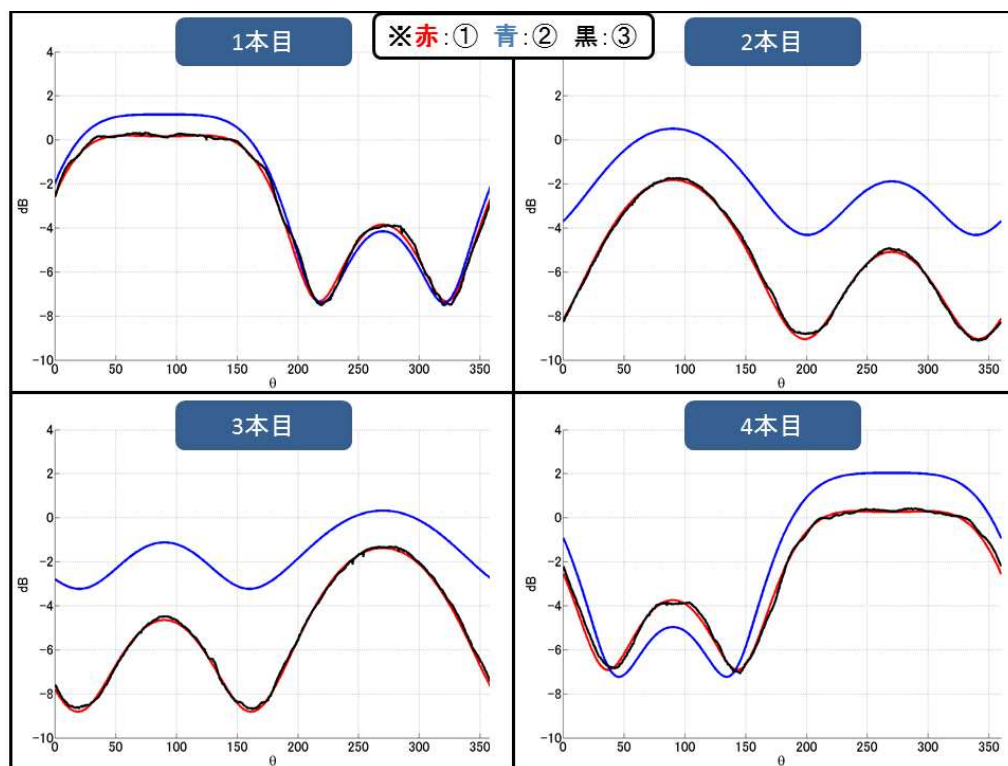


図 3.3 各素子のアンテナ放射パターン($1/8\lambda$)

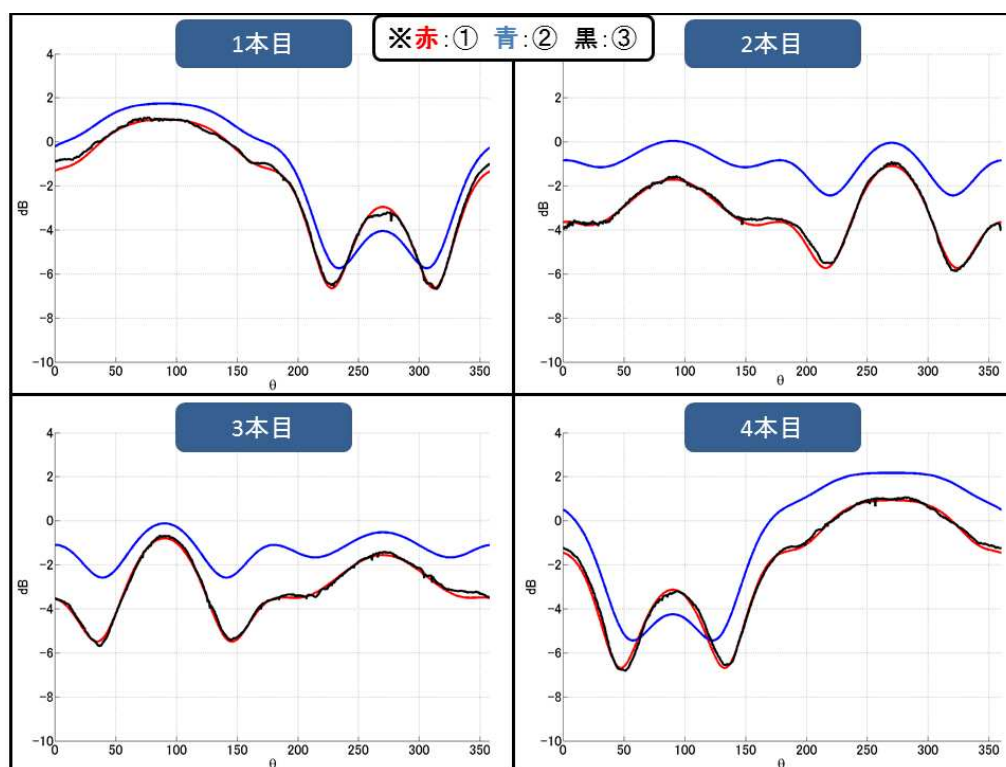


図 3.4 各素子のアンテナ放射パターン($1/4 \lambda$)

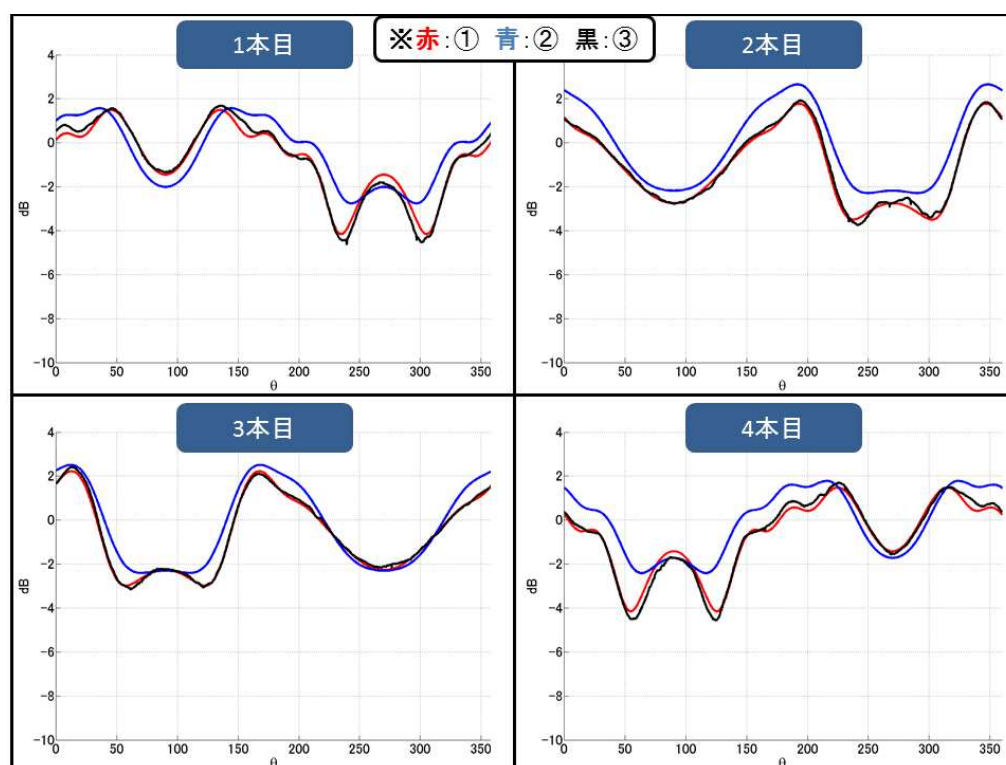


図 3.5 各素子のアンテナ放射パターン($1/2 \lambda$)

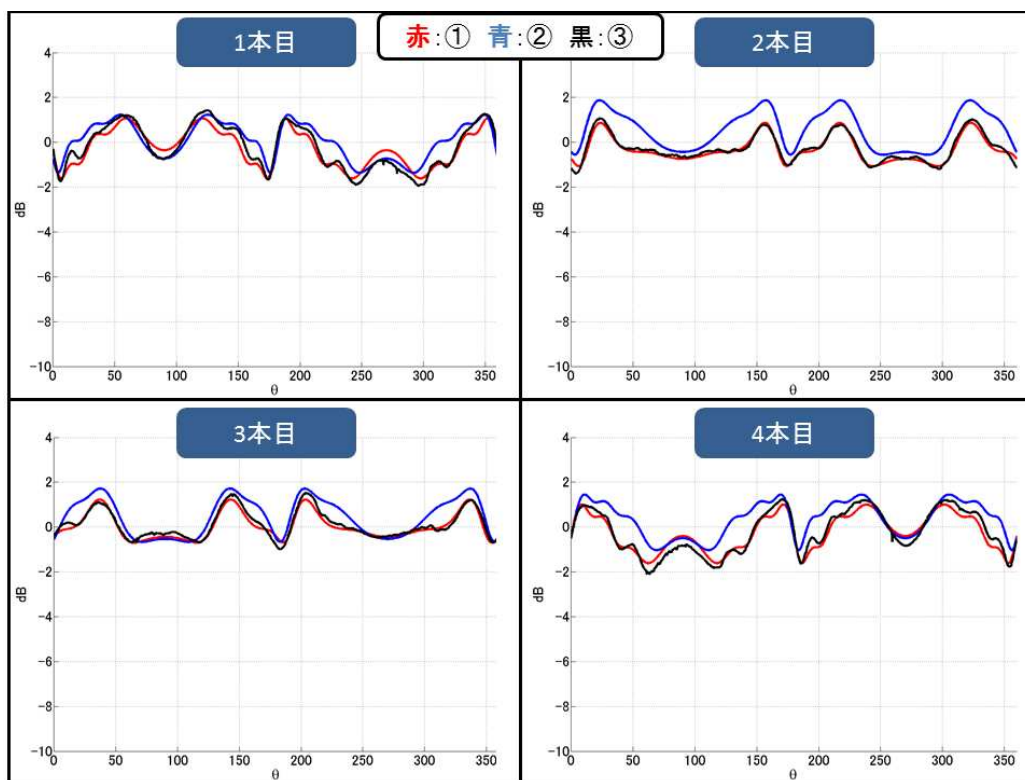


図 3.6 各素子のアンテナ放射パターン($1/1 \lambda$)

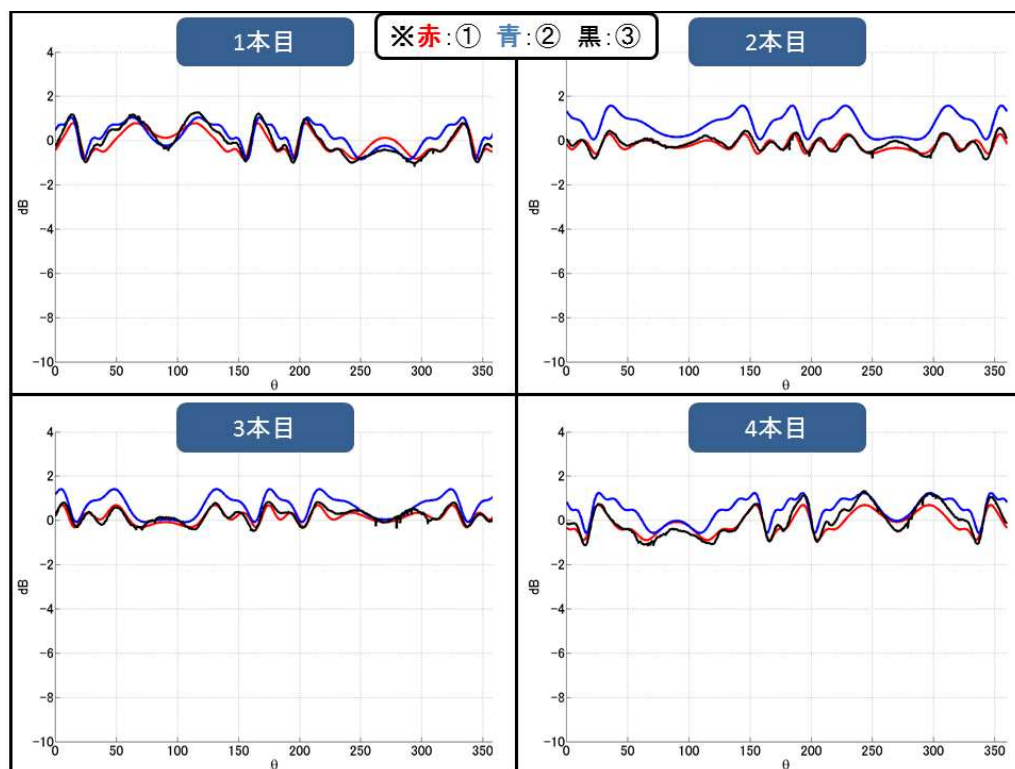


図 3.7 各素子のアンテナ放射パターン($3/2 \lambda$)

図 3.3～図 3.7 に示しているように、赤い曲線は①を、青い曲線は②を、黒い曲線は③を示している。

全ての曲線において、アンテナ間隔が小さくなるほど、空間相関とカップリングの両影響が著しく反映されて受信レベルが落ちていることが分かった。評価の基準である①の曲線と比較したときに、誤差が極めて微小であることから、計算機シミュレーションにおいて精度の良い推定を行うには、無相関のアンテナを基準とした最小二乗近似(③)が最適であることが確認された。

3.2 空間相関評価

空間相関が MIMO 伝送特性に与える影響の定量的把握については、先行研究の段階では、以下の厳密式(3.2.1) を用いて行われてきた。本研究では、式(3.2.1)の近似式 や参考文献[5]の式を用いた評価を行った。

$$\rho_0(\Delta x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\theta} \int_{-\pi}^{\pi} \exp\left\{-\frac{(\theta - \theta_0)^2}{2\sigma_\theta^2}\right\} \exp(jk\Delta x \cos \theta) d\theta \quad (3.2.1)$$

式(3.1.1)について、 σ_θ は標準偏差（電波の広がり角度）を、 θ_0 は電波の到来角度を、 k は波数($k = \frac{2\pi}{\lambda}$)を表す。

3.2.1 相関係数の近似精度評価

相関行列の相関係数である式(3.2.1)については、電波の到来状況においても、また、評価の精度においても、非常に高い評価精度を発揮するが、指数関数と定積分計算が混合していて、計算が非常に困難である。そこで、本研究では、積分計算の簡略化の目的のもと、電波の到来角度を限定することで指数関数や三角関数の近似を行い、式(3.2.3) の近似式を立式した。(式変換の過程については付録 A 参照) 本研究では、式(3.2.1) および、参考文献[5], p.66 の式(4.30)(本論文では式(3.2.2)とした)、厳密式と近似式を合わせた 3 つの式(それぞれ $\rho_0(\Delta x)$, $\rho_1(\Delta x)$, $\rho_2(\Delta x)$ とした)について、相関係数の評価を行った。なお、式(3.2.2)については $\theta_0 = 30^\circ \sim 90^\circ$ 、式(3.2.3)については $\theta_0 < 20^\circ$ に限定して近似変換を行ったので、評価についても、それぞれの角度範囲内で行った。

$$\rho_1(\Delta x) = \exp\left(jk\Delta x \cos \theta_0 - \frac{(k\Delta x \sigma_\theta \sin \theta_0)^2}{2}\right) \quad (3.2.2)$$

$$\rho_2(\Delta x) = \exp\left\{jk\Delta x \left(1 - \frac{\theta_0^2}{2}\right)\right\} \left\{1 - \frac{1}{2}(jk\Delta x + k^2\Delta x^2\theta_0^2)\sigma_\theta^2 - \frac{3}{8}k^2\Delta x^2\sigma_\theta^4\right\} \quad (3.2.3)$$

以下に、縦軸を相関係数 $|\rho_i(\Delta x)|^2$ ，横軸をアンテナ間隔 $\frac{\Delta x}{\lambda}$ としたときの、電波の到来角度 $\theta_0 = 0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 90^\circ$ ，標準偏差 $\sigma_\theta = 1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, 4^\circ, 5^\circ$ についての， $\rho_0(\Delta x)$ ， $\rho_1(\Delta x)$ ， $\rho_2(\Delta x)$ の近似精度評価結果（計 30 通り）を示す．

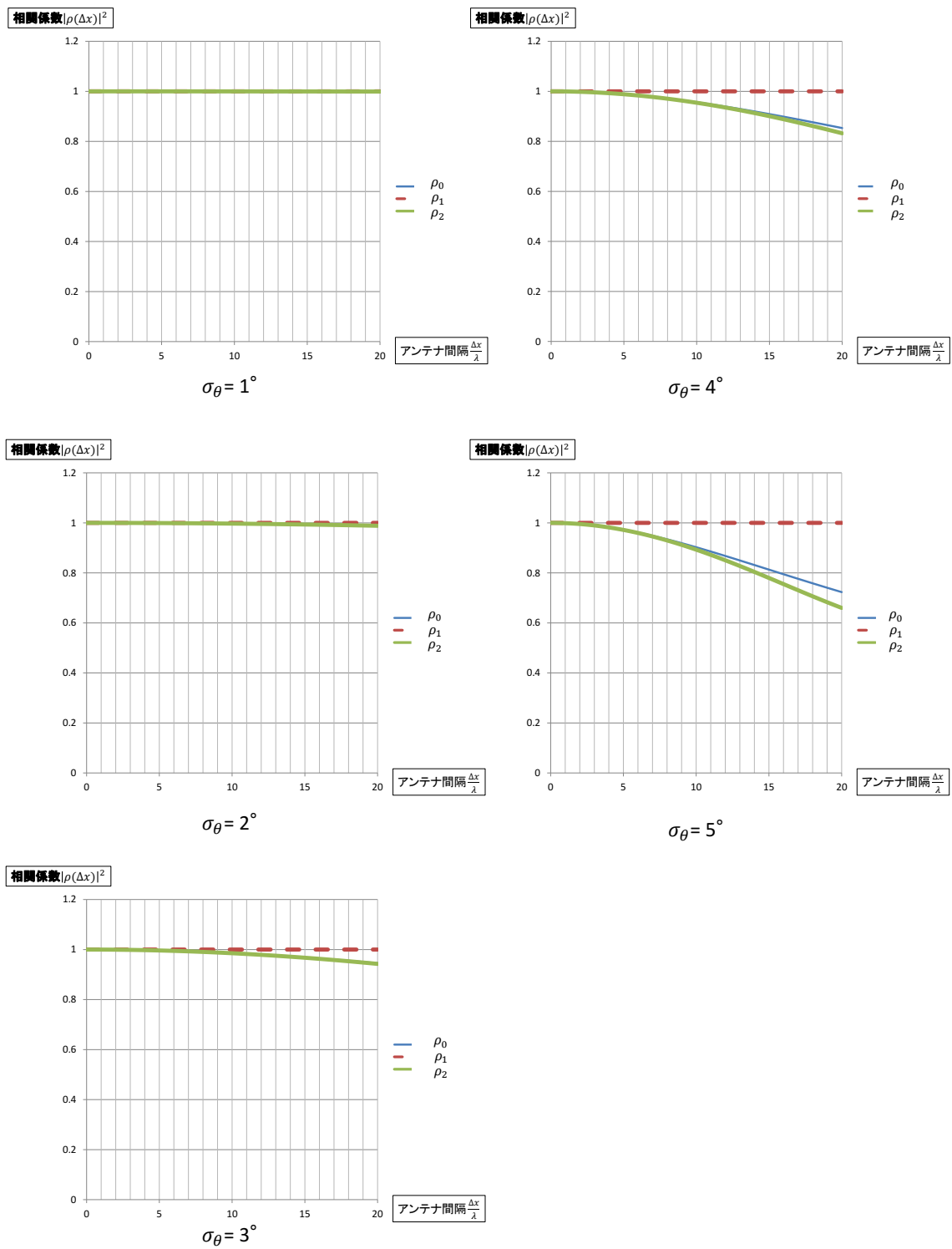


図 3.8

空間相関の近似精度評価 ($\theta_0 = 0^\circ$)

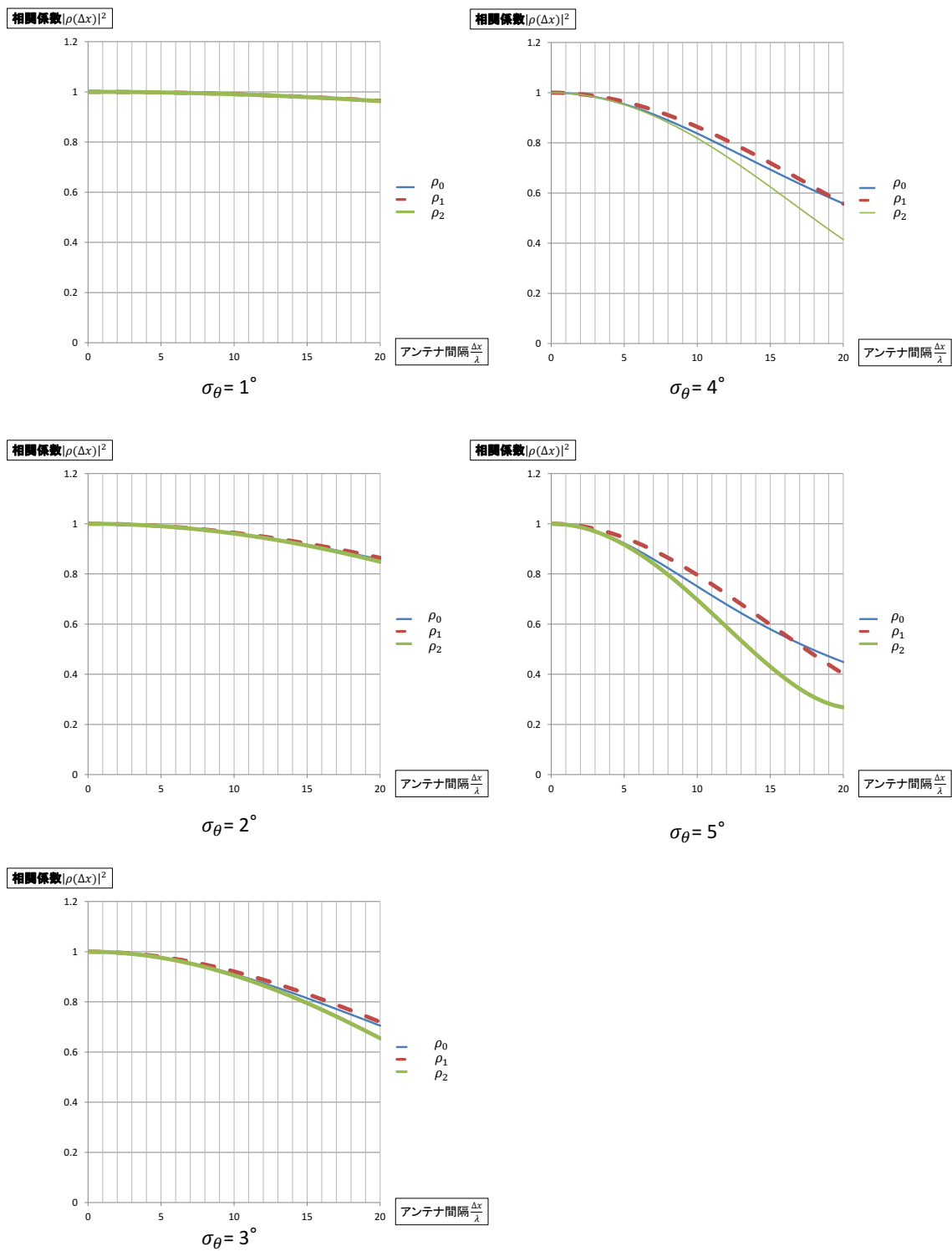


図 3.9

空間相関の近似精度評価($\theta_0 = 5^\circ$)

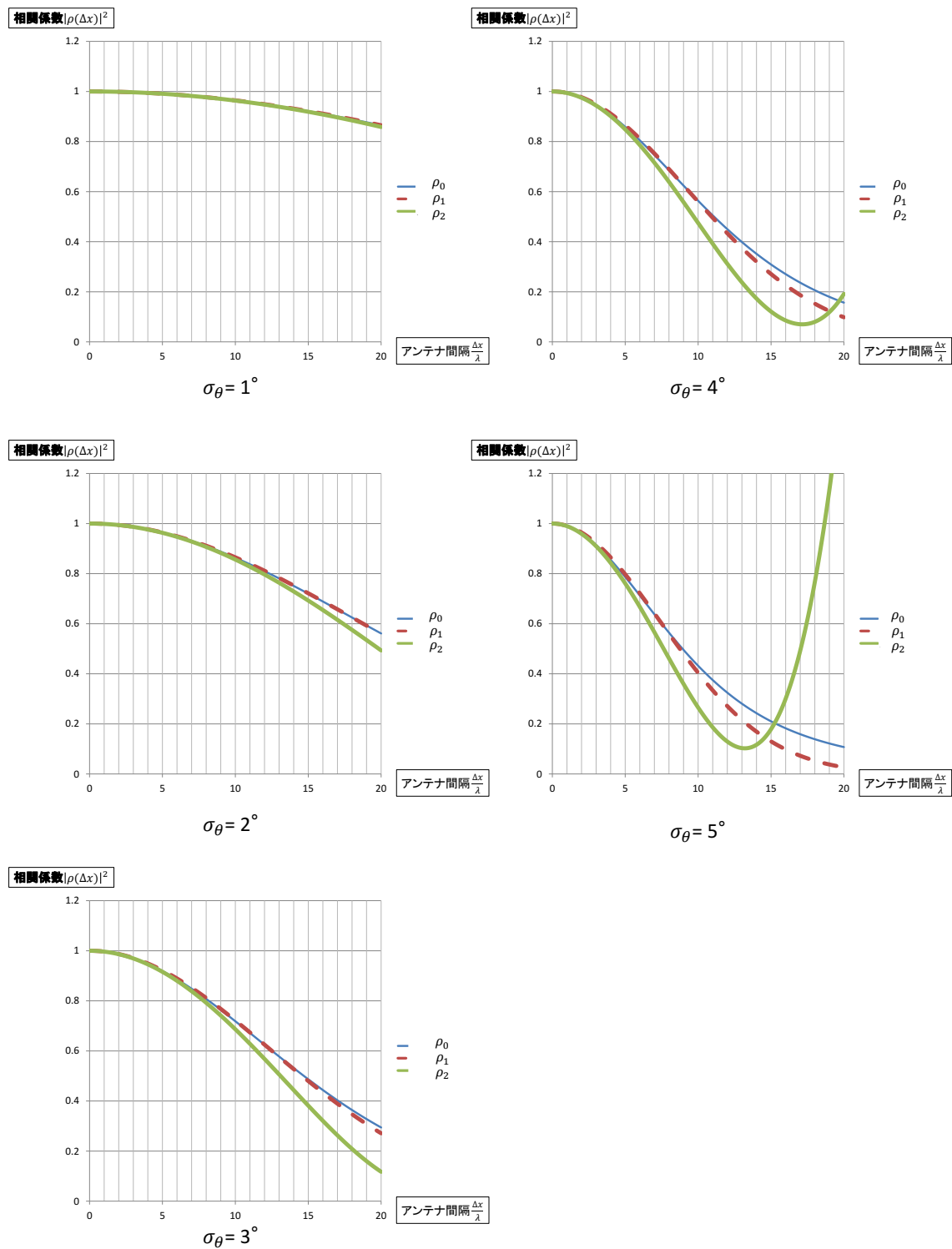


図 3.10

空間相関の近似精度評価($\theta_0 = 10^\circ$)

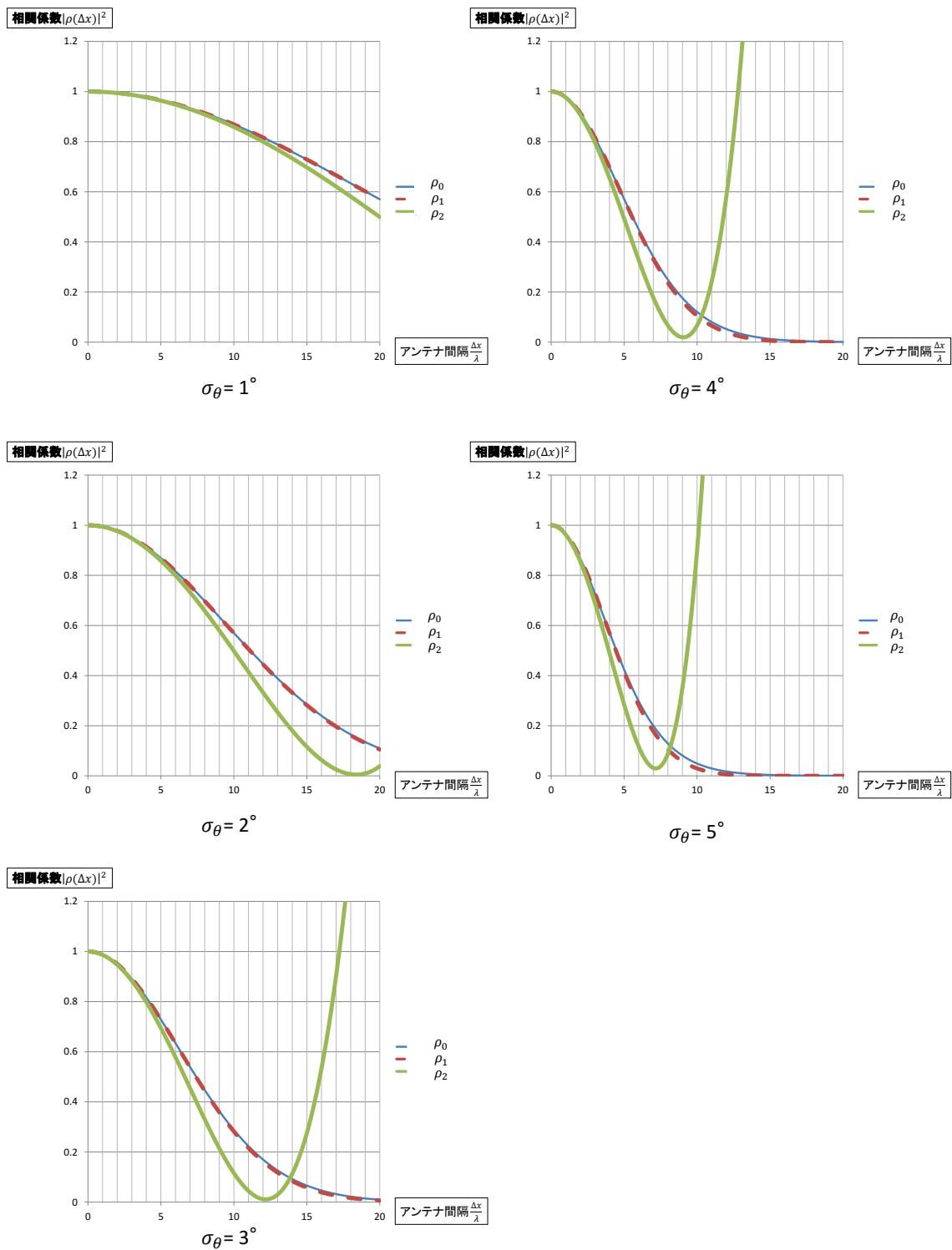


図 3.11

空間相関の近似精度評価($\theta_0 = 20^\circ$)

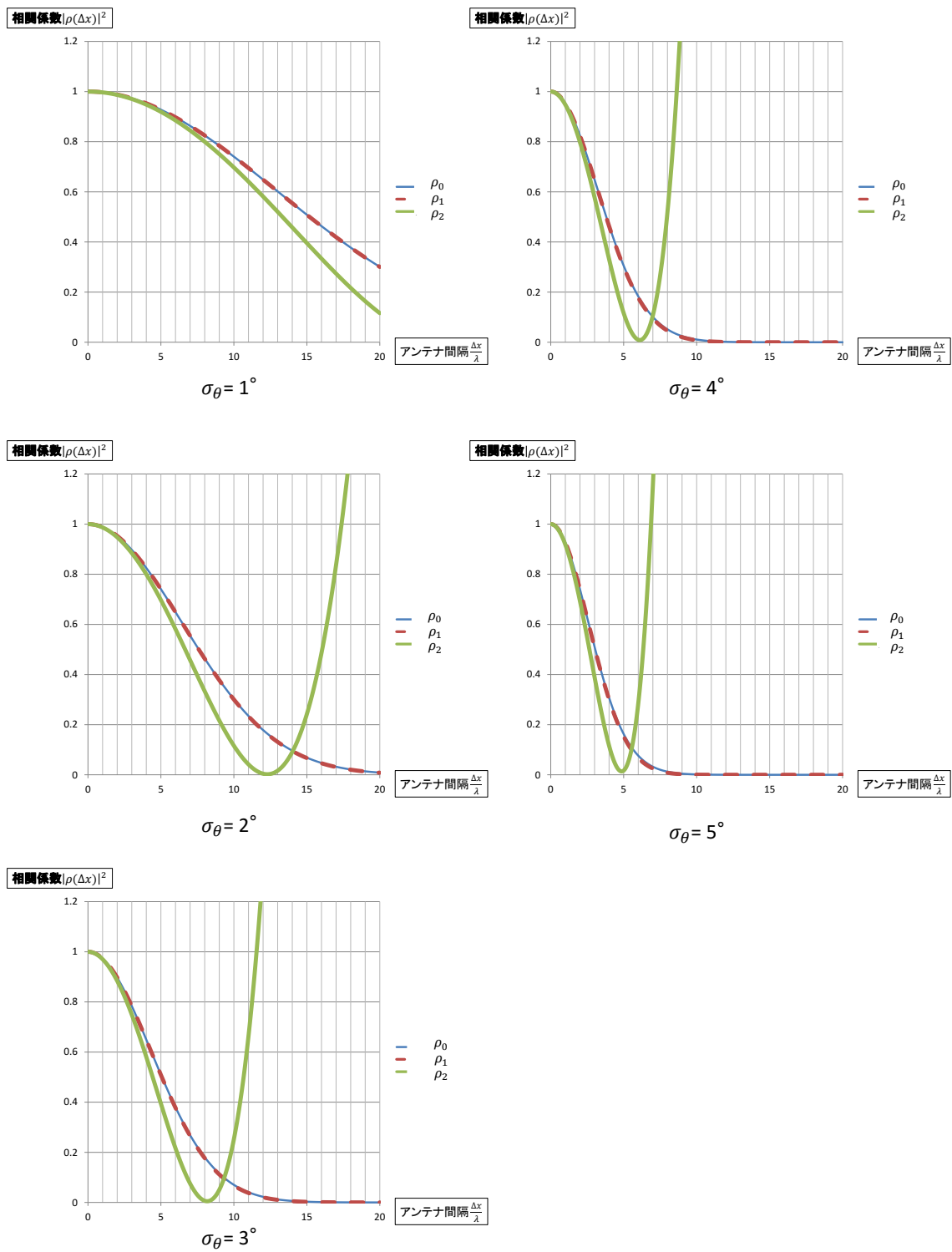


図 3.12

空間相関の近似精度評価($\theta_0 = 30^\circ$)

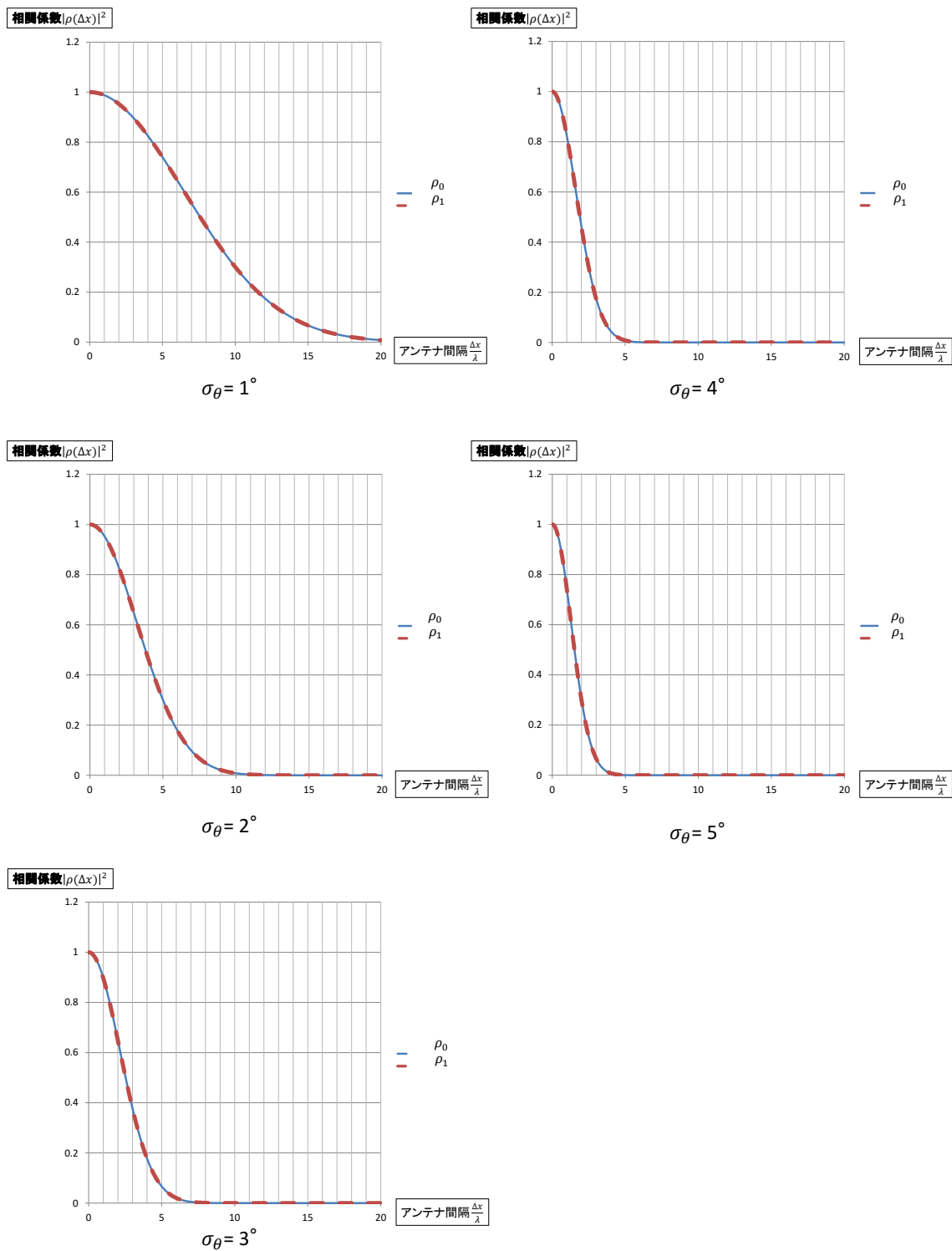


図 3.13

空間相関の近似精度評価($\theta_0 = 90^\circ$)

式(3.2.2)式については、指定した角度範囲において、厳密式(3.2.1)と極めて良く一致していることが図 3.9～図 3.13 の結果から分かった。

式(3.2.3)については、図 3.8～図 3.12 のように、アンテナ間隔 $\frac{\Delta x}{\lambda}$ を大きくしていったときに、2 次関数のようにグラフが無大へと発散していき、厳密式(3.2.1)とは大きく異なるグラフ結果となった。この結果より、式(3.2.3)は本研究において実用的ではないという結論に至った。

上記の考察より、本研究では、到来角度 $\theta_0 = 0^\circ \sim 20^\circ$ において厳密式(3.2.1)を、 $\theta_0 = 30^\circ \sim 90^\circ$ の範囲において式(3.2.2)を、次節の 3.2.2 固有値累積分布特性、および、3.2.3 通信路容量（チャネル容量）で用いることとした。

加えて、到来角度 θ_0 によって、用いる相関係数が異なることを考慮して、次節以降のクロネッカーモデルを用いた固有値と通信路容量の評価では、以下の 5 つの Case についてシミュレーション評価を行うこととした。

右図 3.14 に示すように、Case 1 は、4 本の受信アンテナに向かって電波が一様に到来する環境を想定している。相関係数については、式(2.2.8)（第 0 次ベッセル関数）をそのまま用いる。

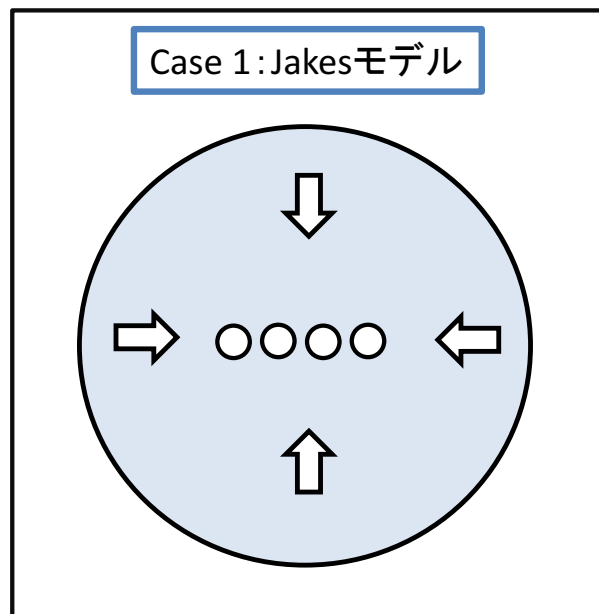


図 3.14 Case 1 : 電波が一様に到来する環境

Case 2 については，図 3.15 に示すように，受信アレーのベースライン方向に対して垂直方向から電波が到来する環境を想定する．すなわち，ベースライン方向を $\theta_0 = 0^\circ$ としたとき，電波の到来方向は $\theta_0 = 90^\circ$ となる．

Case 2 における相関係数は，前述した式(3.2.2)を用いる．したがって，相関行列である式(2.2.7)中の $\rho_a(d_r)$ を以下の式(3.2.4)に変換して評価を行う．

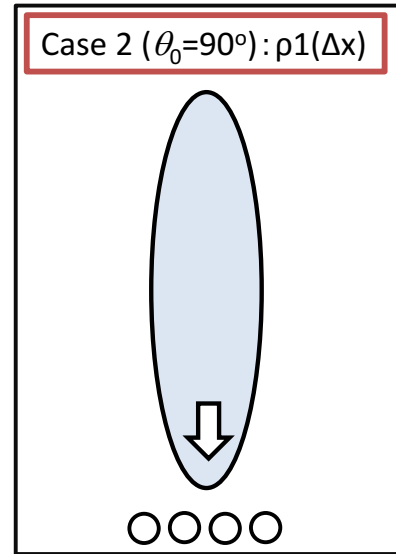


図 3.15 Case 2 : $\theta_0 = 90^\circ$ 方向から電波が到来する環境

$$\rho_a(d_r) = \rho_1(\Delta x) = \exp\left(jk\Delta x \cos \theta_0 - \frac{(k\Delta x \sigma_\theta \sin \theta_0)^2}{2}\right) \quad (3.2.4)$$

Case 3 については，図 3.16 に示すように，Case 2 と同様にベースライン方向を $\theta_0 = 0^\circ$ としたとき， $\theta_0 = 45^\circ$ 方向から電波が到来する環境を想定する．

Case 3 における相関係数は，Case 2 と同様に式(3.2.2)を用いる．したがって，相関行列である式(2.2.7)中の $\rho_a(d_r)$ を式(3.2.4)に変換して評価を行う．

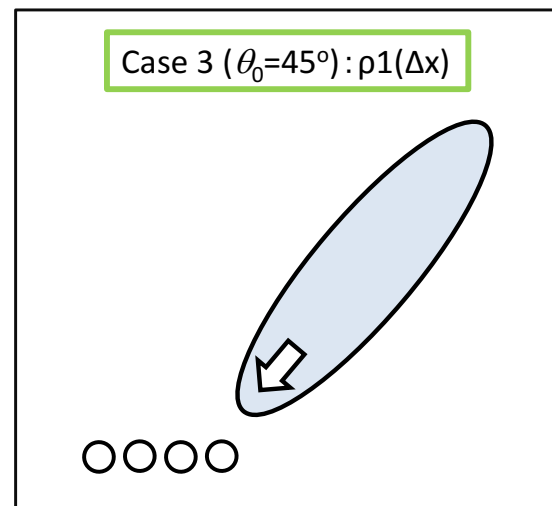


図 3.16 Case 3 : $\theta_0 = 45^\circ$ 方向から電波が到来する環境

Case 4 については、図 3.17 に示すように、Case 2, Case 3 と同様にベースライン方向を $\theta_0 = 0^\circ$ としたとき、 $\theta_0 = 30^\circ$ 方向から電波が到来する環境を想定する。

Case 4 における相関係数は、Case 2, Case 3 と同様に式(3.2.2)を用いる。したがって、相関行列である式(2.2.7)中の $\rho_a(d_r)$ を式(3.2.4)に変換して評価を行う。

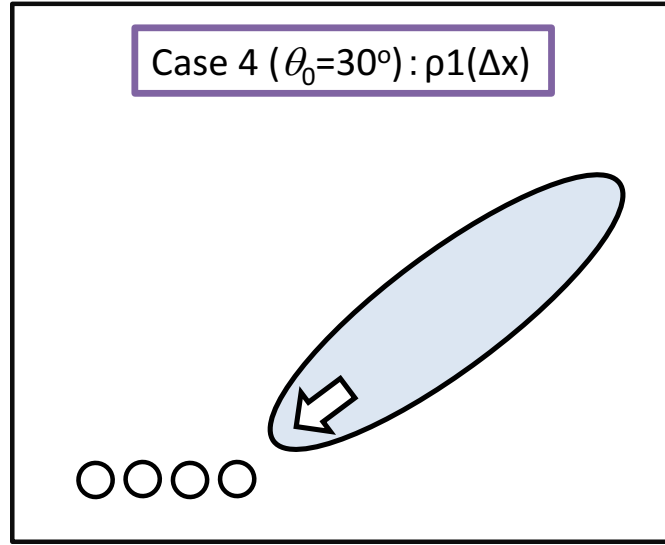


図 3.17 Case 4 : $\theta_0 = 30^\circ$ 方向から電波が到来する環境

Case 5 については、図 3.18 に示すように、ベースライン方向を $\theta_0 = 0^\circ$ から電波が到来する環境を想定する。

Case 5 における相関係数は、厳密式(3.2.1)を用いる。したがって、相関行列である式(2.2.7)中の $\rho_a(d_r)$ を式(3.2.5)に変換して評価を行う。

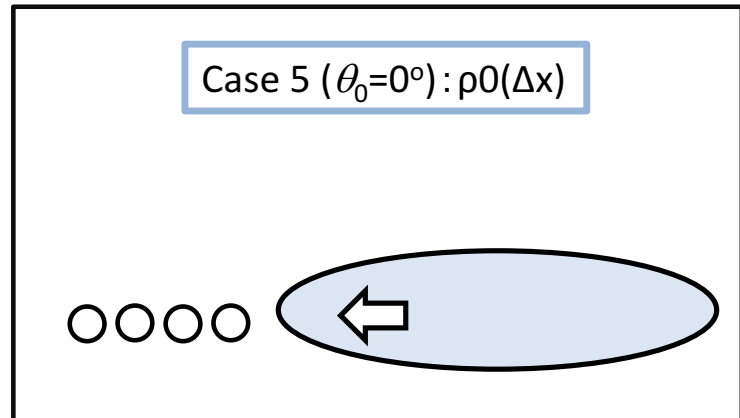


図 3.18 Case 5 : $\theta_0 = 0^\circ$ 方向から電波が到来する環境

$$\rho_a(d_r) = \rho_0(\Delta x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\theta} \int_{-\pi}^{\pi} \exp\left\{-\frac{(\theta - \theta_0)^2}{2\sigma_\theta^2}\right\} \exp(jk\Delta x \cos \theta) d\theta \quad (3.2.5)$$

3.2.2 固有値累積分布特性

MIMO チャンネルは独立な複数個の系列の信号を混信なく送ることができる能力を持っている．[8]

MIMO チャンネルは，固有値の数だけ固有パスを持つ．固有パスの振幅利得（太さ）は各固有値の大きさに依存する．

固有値は，2.2.1 空間相関行列（チャンネル行列）で述べた，チャンネル特性 \mathbf{A} に特異値分解を施すことで求まる．本研究では， 4×4 のチャンネル特性 \mathbf{A} から 4 つの固有値が求まる．第 1 固有値～第 4 固有値をそれぞれ $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ とする．（一般的に，各固有値の大きさは $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ の順番である．[8]）

対角成分が $\sqrt{\lambda_i}$ ($i = 1 \sim 4$) で構成させる行列を \mathbf{D} ，受信側の相関行列 $\mathbf{A}\mathbf{A}^H$ の固有値 λ_i が包含される固有ベクトルを \mathbf{e}_{ri} ($i = 1 \sim 4$)，送信側の相関行列 $\mathbf{A}^H\mathbf{A}$ の固有値 λ_i が包含される固有ベクトルを \mathbf{e}_{ti} ($i = 1 \sim 4$) とすると，各行列は以下の式(3.2.6)～式(3.2.8)のように表される．

$$\mathbf{D} = \text{diag}[\sqrt{\lambda_1} \quad \sqrt{\lambda_2} \quad \sqrt{\lambda_3} \quad \sqrt{\lambda_4}] \quad (3.2.6)$$

$$\mathbf{E}_t = [\mathbf{e}_{t1} \quad \mathbf{e}_{t2} \quad \mathbf{e}_{t3} \quad \mathbf{e}_{t4}] \quad (3.2.7)$$

$$\mathbf{E}_r = [\mathbf{e}_{r1} \quad \mathbf{e}_{r2} \quad \mathbf{e}_{r3} \quad \mathbf{e}_{r4}] \quad (3.2.8)$$

上記の式(3.2.6)～式(3.2.8)を用いて，チャンネル特性 \mathbf{A} を式で表現すると，以下の式(3.2.9)のように表される．

$$\mathbf{A} = \mathbf{E}_r \mathbf{D} \mathbf{E}_t^H \quad (3.2.9)$$

また，固有パスを考慮した MIMO チャンネルの等価回路を図で表すと，以下の図 3.19 のように表される．

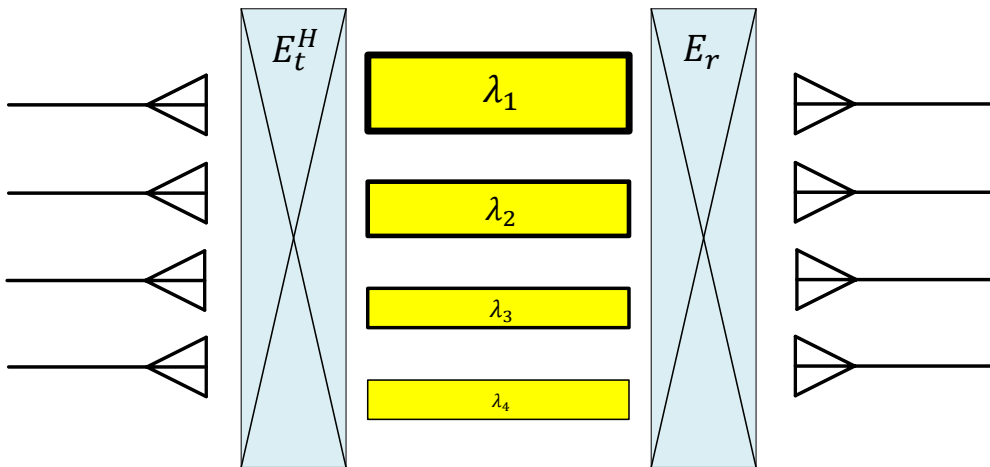


図 3.19 固有パスを考慮した MIMO チャンネルの等価回路図

実際のシミュレーション評価では、空間相関とカップリングを式に取り入れるため、チャネル特性 \mathbf{A} は式(2.3)を用いて求める。しかし、式(2.3)で求めた場合も、図 3.19 のような等価回路として考察できる。

本研究では、空間相関とカップリング、空間相関のみ、i.i.d.の3つの環境について、固有値累積分布のシミュレーション評価を行った。なお、固有値および通信路容量のシミュレーション評価対象については、アンテナ間隔 $1/8\lambda$, $1/4\lambda$, $3/8\lambda$, $1/2\lambda$, $3/4\lambda$, 1λ , $5/4\lambda$, $3/2\lambda$ について評価した。以下に、各 Case における固有値累積分布の両対数グラフ結果 (4×4MIMO) を図示する。(図 3.20～図 3.27)

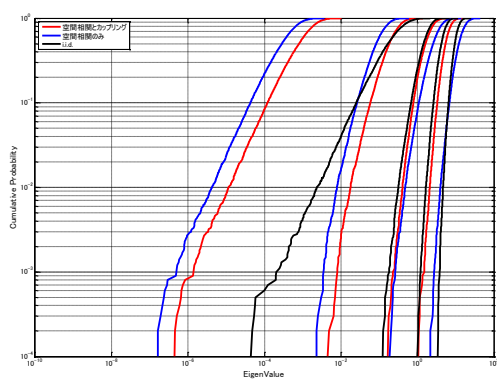
図 3.20～図 3.27 中の赤い曲線は、空間相関とカップリングの両方を考慮したときの結果であり、青い曲線は空間相関のみを考慮した (式(2.3)のカップリング行列 \mathbf{C}_r を単位行列とした) 結果である。また、黒い曲線は i.i.d. (無相関 (空間相関もカップリングもない状態)) の曲線を表し、これは以下の理論式(3.2.10)～(3.2.13)で定義される。上記の3つの曲線は、全ての図において、右から λ_1 , λ_2 , λ_3 , λ_4 の順に曲線が位置している。つまり、1つの凡例につき4つの曲線が描かれている。データ数については、式(2.2)に基づき乱数行列 \mathbf{G} を10000個生成した。したがって、1つの固有値につき10000個 (×4セット) のデータを求めた。

$$\begin{aligned}
 f_{\lambda_1}(\lambda_1) = & \left(\frac{1}{36}\lambda_1^6 - \frac{1}{2}\lambda_1^5 + \frac{7}{2}\lambda_1^4 - \frac{34}{3}\lambda_1^3 + 18\lambda_1^2 - 12\lambda_1 + 4 \right) e^{-\lambda_1} \\
 & + \left(-\frac{1}{72}\lambda_1^8 + \frac{1}{18}\lambda_1^7 - \frac{4}{9}\lambda_1^6 + \frac{4}{3}\lambda_1^5 - \frac{4}{3}\lambda_1^4 + \frac{8}{3}\lambda_1^3 - 24\lambda_1^2 + 24\lambda_1 - 12 \right) e^{-2\lambda_1} \\
 & + \left(\frac{1}{12}\lambda_1^6 + \frac{5}{6}\lambda_1^5 + \frac{23}{6}\lambda_1^4 + \frac{14}{3}\lambda_1^3 + 6\lambda_1^2 - 12\lambda_1 + 12 \right) e^{-3\lambda_1} - 4e^{-4\lambda_1}
 \end{aligned} \tag{3.2.10}$$

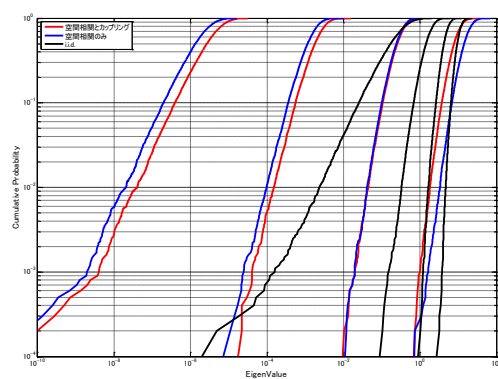
$$\begin{aligned}
 f_{\lambda_2}(\lambda_2) = & \left(\frac{1}{72}\lambda_2^8 - \frac{1}{18}\lambda_2^7 + \frac{4}{9}\lambda_2^6 - \frac{4}{3}\lambda_2^5 + \frac{4}{3}\lambda_2^4 - \frac{8}{3}\lambda_2^3 + 24\lambda_2^2 - 24\lambda_2 + 12 \right) e^{-2\lambda_2} \\
 & + \left(-\frac{1}{6}\lambda_2^6 - \frac{5}{3}\lambda_2^5 - \frac{23}{3}\lambda_2^4 - \frac{28}{3}\lambda_2^3 - 12\lambda_2^2 + 24\lambda_2 - 24 \right) e^{-3\lambda_2} + 12e^{-4\lambda_2}
 \end{aligned} \tag{3.2.11}$$

$$f_{\lambda_3}(\lambda_3) = \left(\frac{1}{12}\lambda_3^6 + \frac{5}{6}\lambda_3^5 + \frac{23}{6}\lambda_3^4 + \frac{14}{3}\lambda_3^3 + 6\lambda_3^2 - 12\lambda_3 + 12 \right) e^{-3\lambda_3} - 12e^{-4\lambda_3} \tag{3.2.12}$$

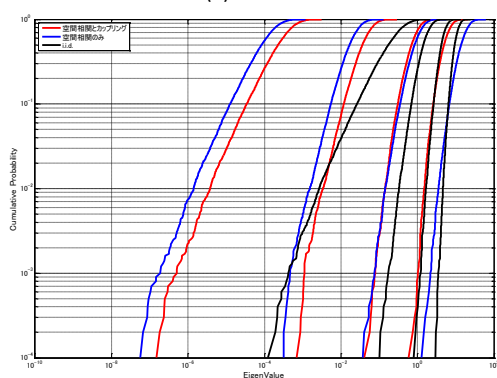
$$f_{\lambda_4}(\lambda_4) = 4e^{-4\lambda_4} \tag{3.2.13}$$



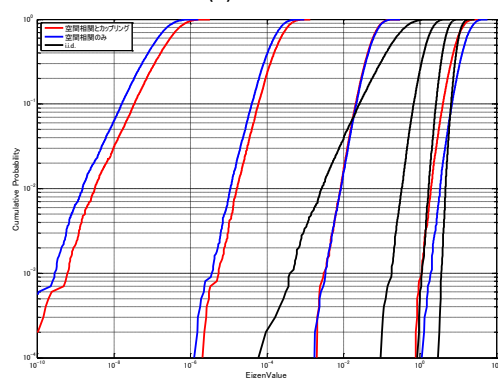
(a) Case 1



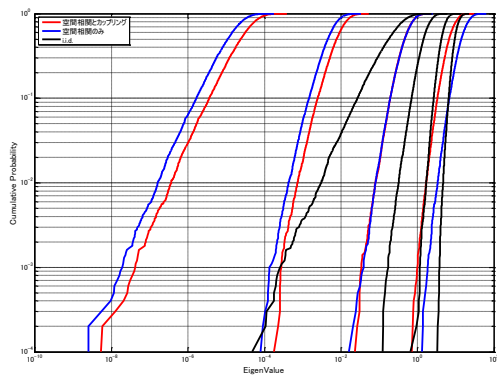
(d) Case 4



(b) Case 2



(e) Case 5



(c) Case 3

図 3.20

固有値累積分布(アンテナ間隔 $1/8 \lambda$)

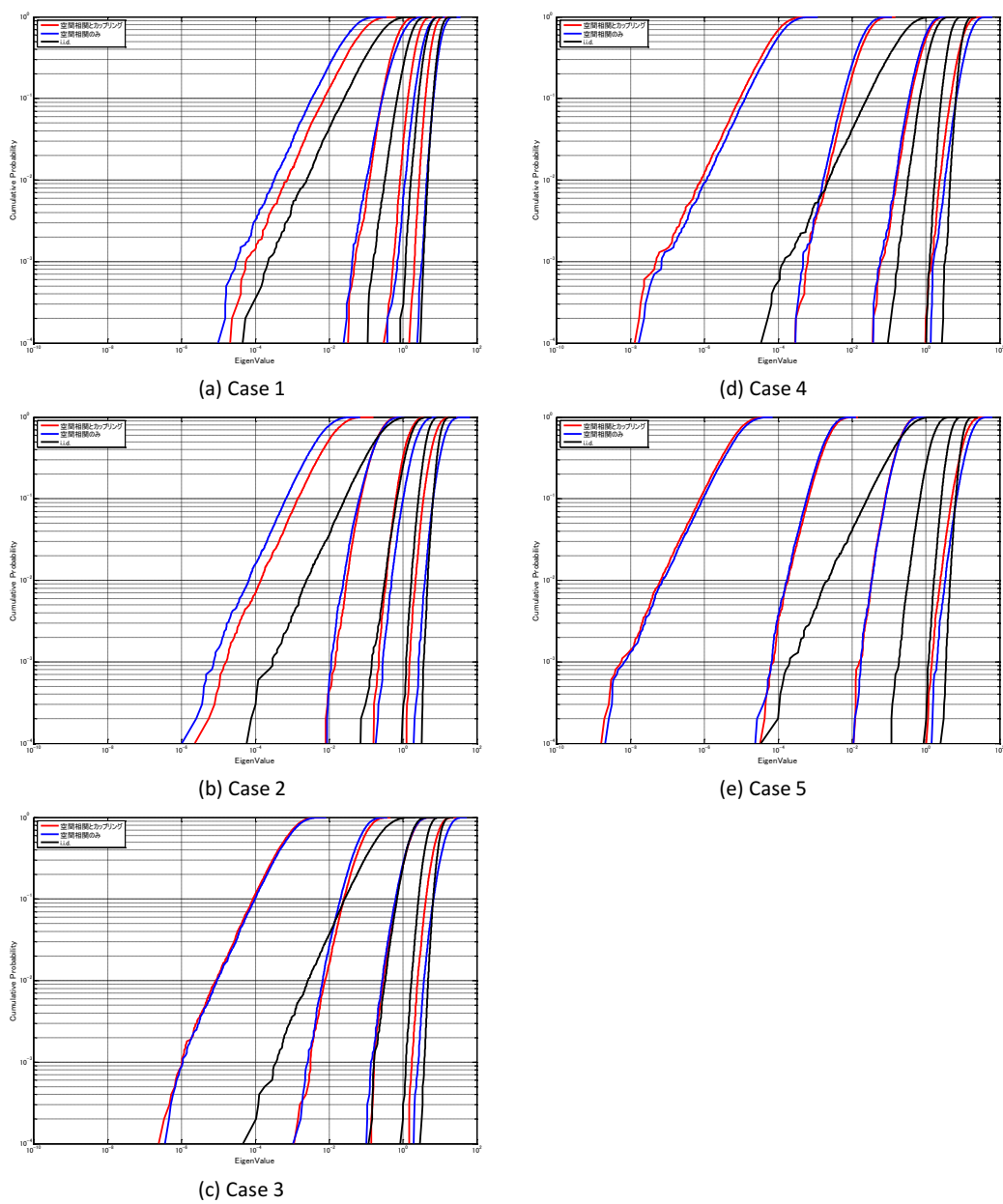
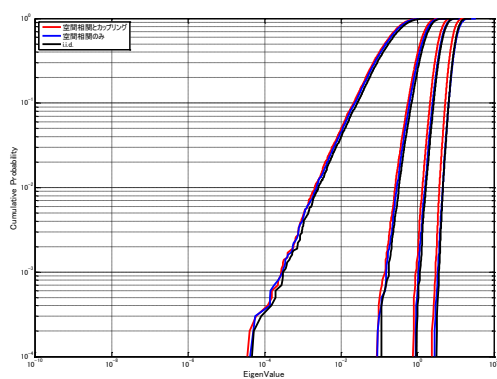
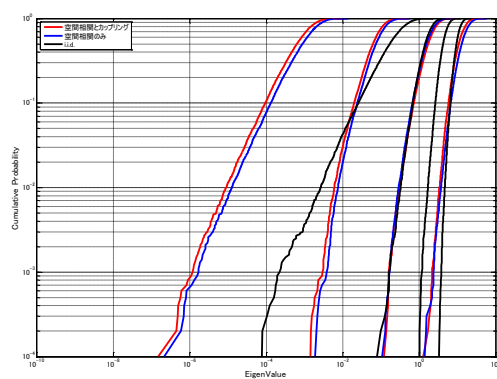


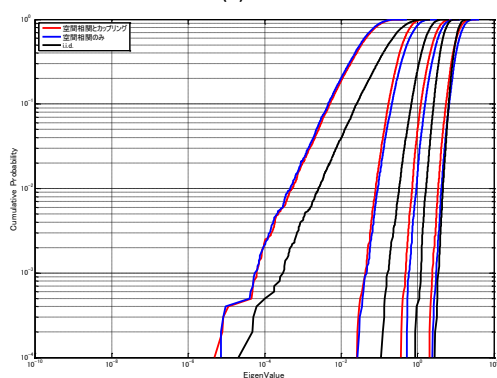
図 3.21 固有値累積分布(アンテナ間隔 $1/4 \lambda$)



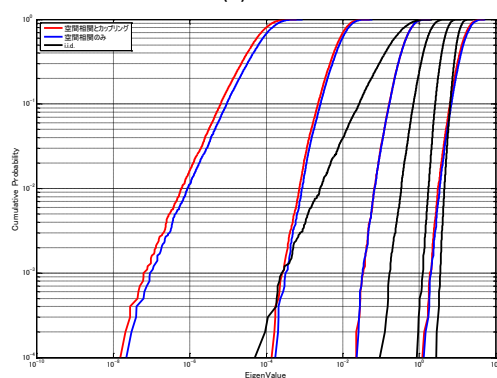
(a) Case 1



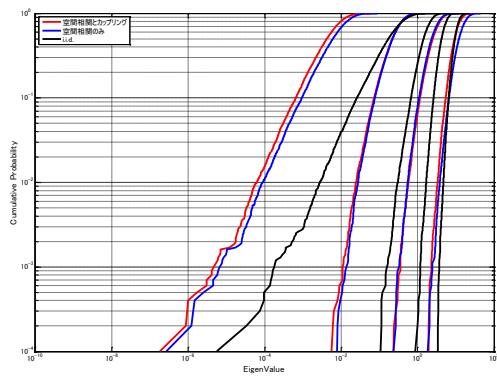
(d) Case 4



(b) Case 2



(e) Case 5



(c) Case 3

図 3.22 固有値累積分布(アンテナ間隔 $3/8 \lambda$)

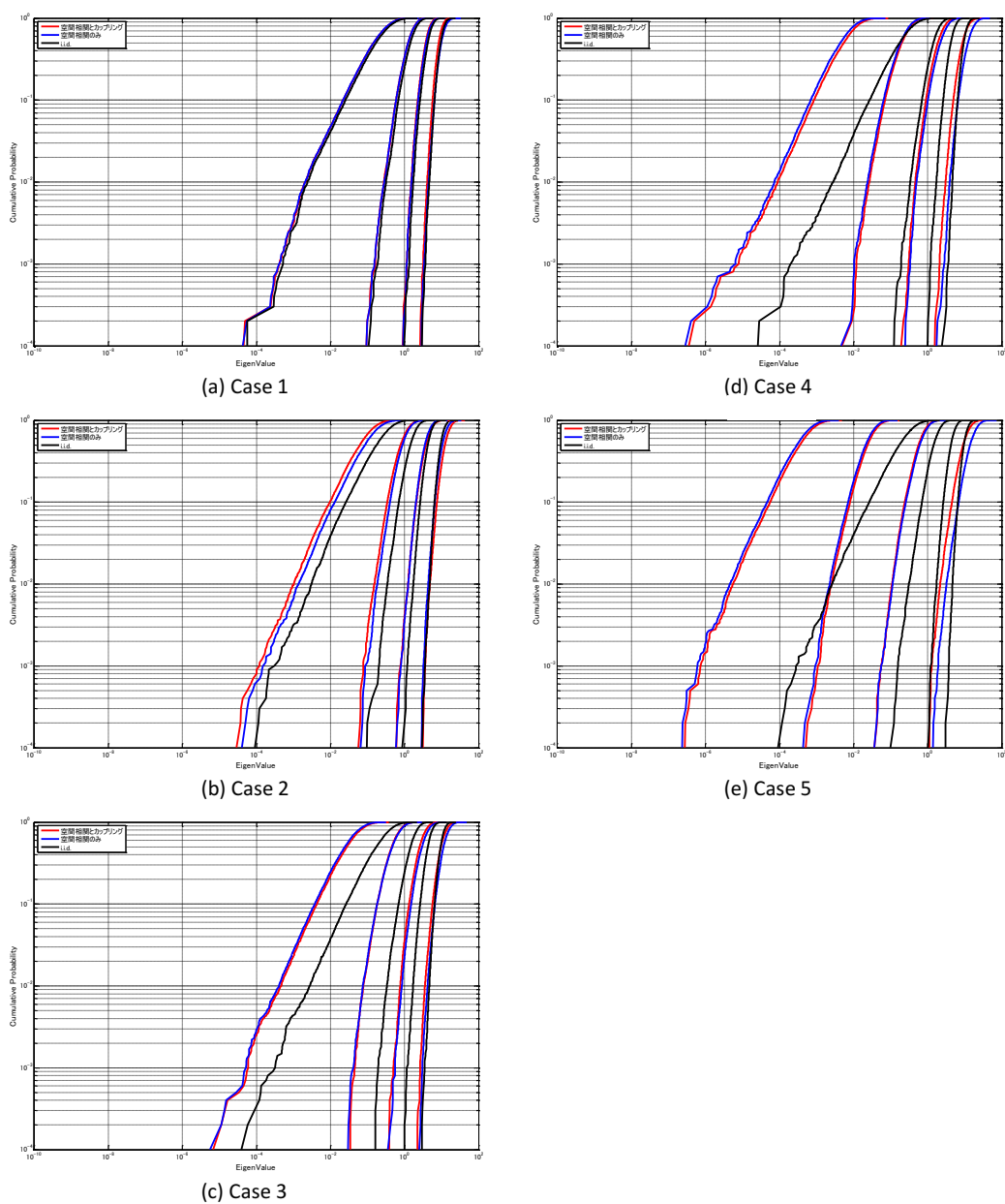


図 3.23 固有値累積分布(アンテナ間隔 $1/2 \lambda$)

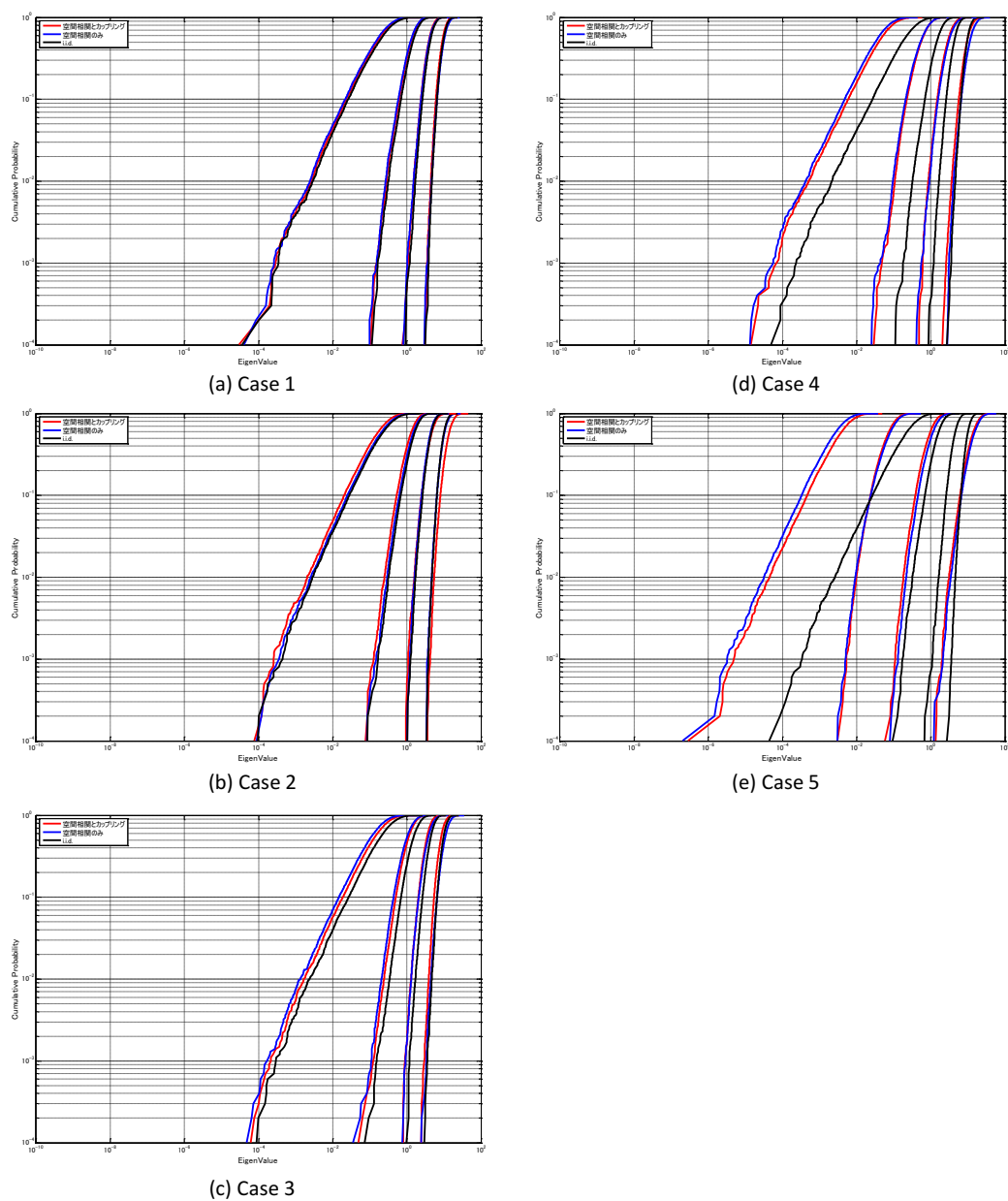
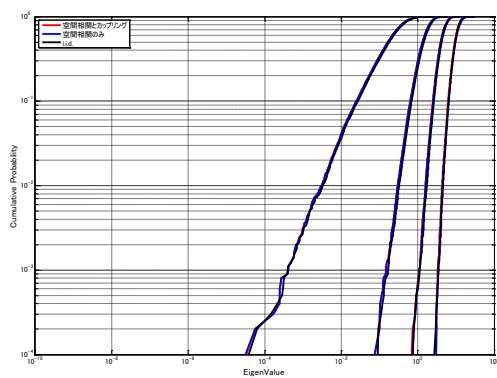
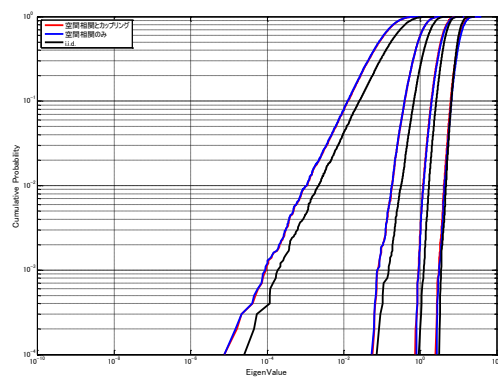


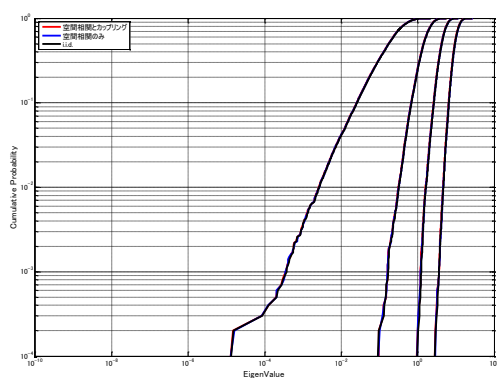
図 3.24 固有値累積分布(アンテナ間隔 $3/4 \lambda$)



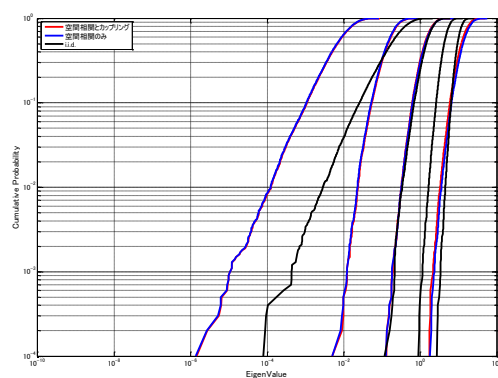
(a) Case 1



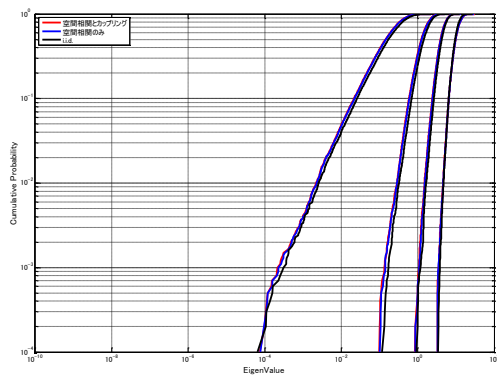
(d) Case 4



(b) Case 2

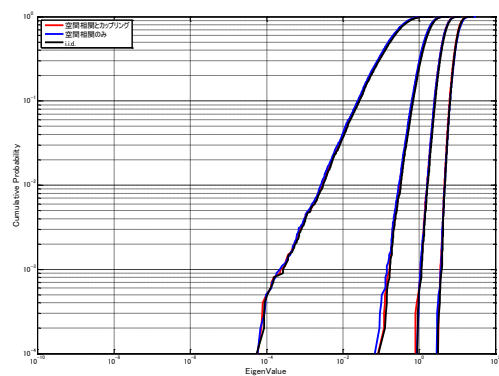


(e) Case 5

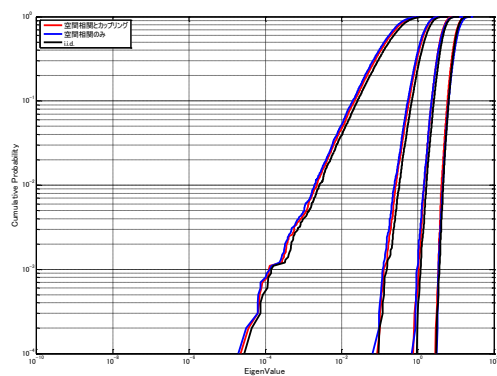


(c) Case 3

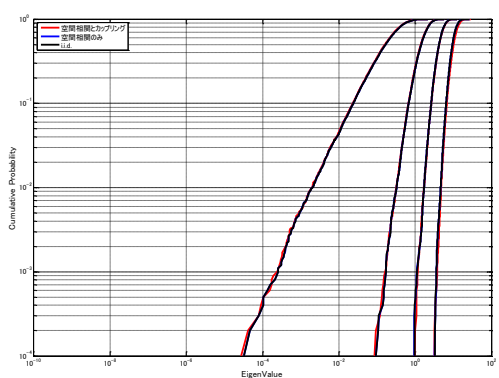
図 3.25 固有値累積分布(アンテナ間隔 $1/1 \lambda$)



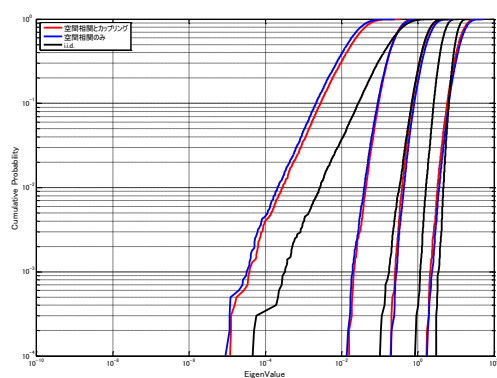
(a) Case 1



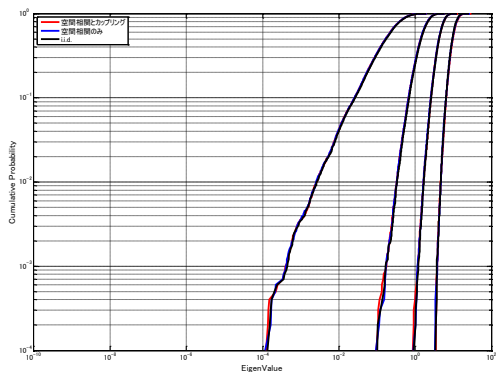
(d) Case 4



(b) Case 2



(e) Case 5



(c) Case 3

図 3.26

固有値累積分布(アンテナ間隔 $5/4 \lambda$)

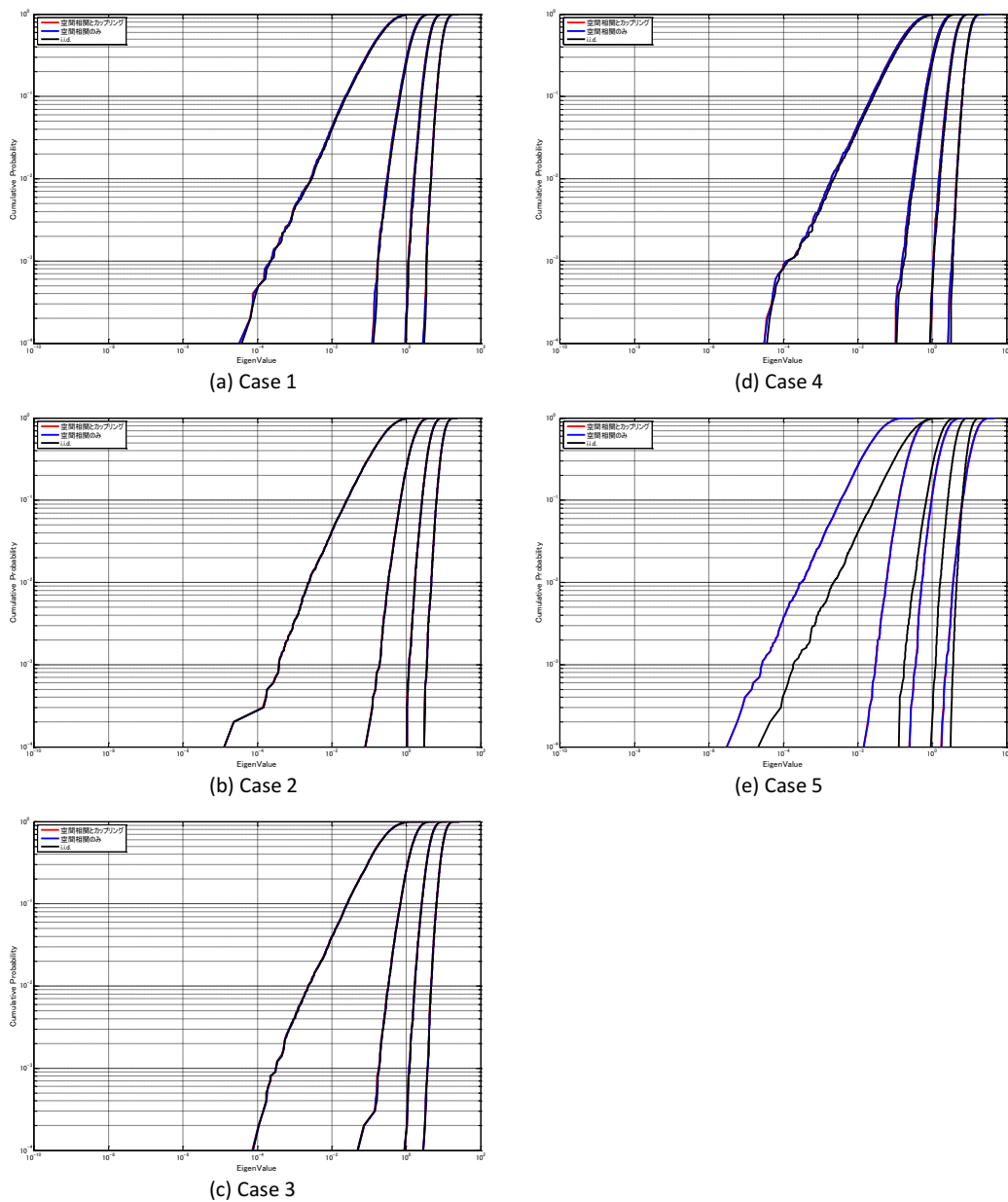


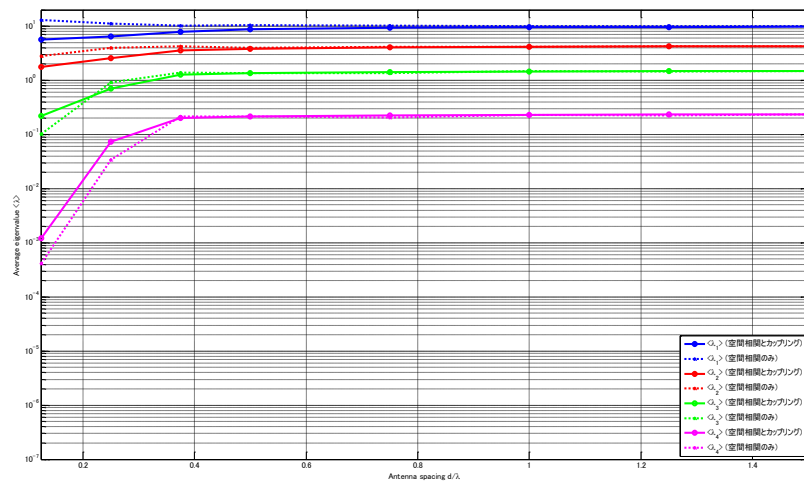
図 3.27 固有値累積分布(アンテナ間隔 $3/2 \lambda$)

図 3.20～図 3.27 の結果より，アンテナ間隔が比較的大きい ($3/8 \lambda$ 以上) とき，空間相関とカップリングはほとんど無視できる[2]が，アンテナ間隔が狭くなってくるとともに，第 2～第 4 固有値の特性が，上述した原理に従って劣化していることがわかる．また，アンテナ間隔が同じでも，Case 2～Case 5 へと電波の到来環境を悪くすることによって，第 2～第 4 固有値の特性がさらに劣化していることも観察された．これらの結果により，電波の到来角度を限定していくと，アンテナ間隔に関係なく固有値の特性が劣化することがわかった．

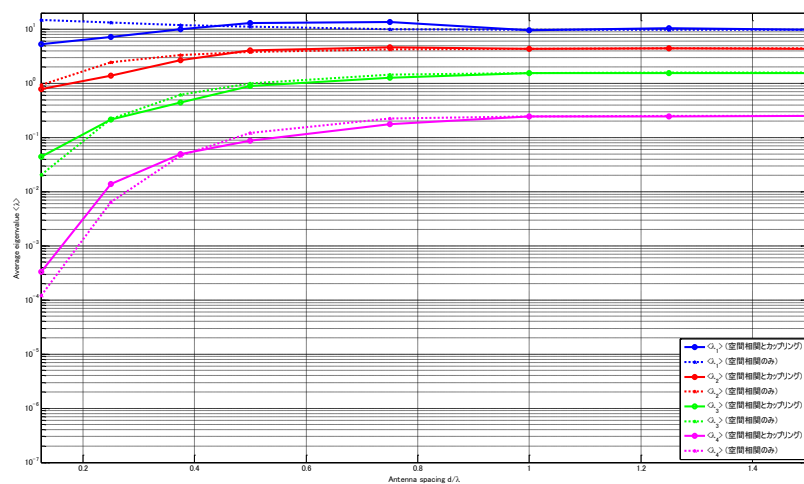
先ほどの図 3.20～図 3.27 の結果をより分かりやすく一望できるようにするため、 λ_1 , λ_2 , λ_3 , λ_4 それぞれの平均値を求め、縦軸を固有値平均値、横軸をアンテナ間隔としたときのグラフ（図 3.28(a), 図 3.28(b)）を以下に掲載する。

図 3.28(a)および図 3.28(b)中の青い曲線、赤い曲線、緑色の曲線、桃色の曲線は、順に λ_1 , λ_2 , λ_3 , λ_4 の平均値曲線を表している。また、実線は空間相関とカップリングの両方を考慮したデータを、点線は空間相関のみを考慮したデータを示している。こちらの図から、アンテナ間隔を狭めることによる固有値の劣化、および、電波の到来角度を限定することによる固有値のさらなる劣化を少ない情報量で簡易的に把握することが出来た。

また、MIMO 伝送特性に与える影響の大きさは、カップリングよりも空間相関の方が大きいことが過去の研究により結論づけられている[2]。図 3.28 全体を観察したとき、実線と点線がどの環境においてもほとんど一致していることから、カップリングより空間相関の影響が大きいことが再度確認された。

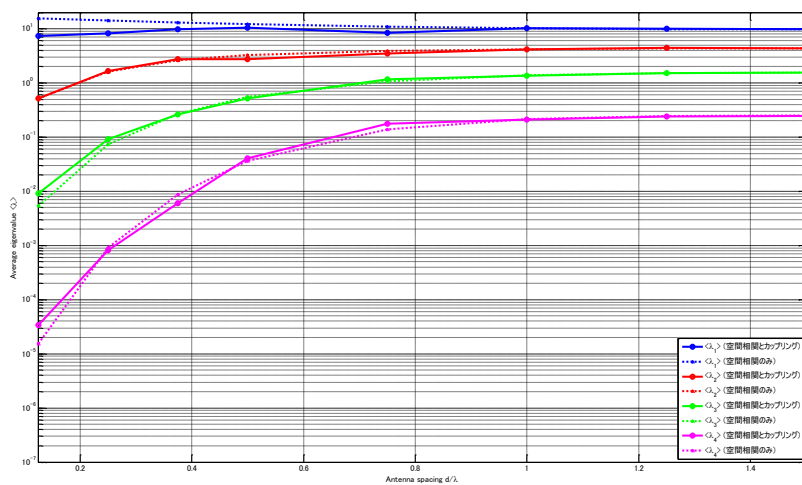


(a) Case 1

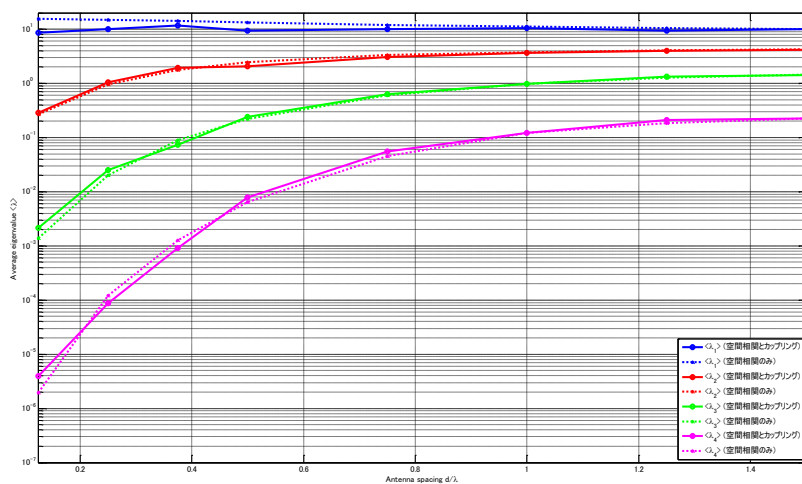


(b) Case 2

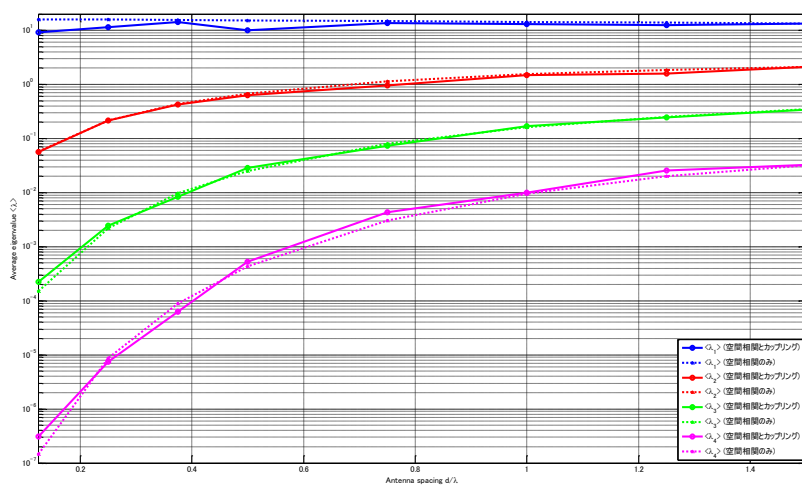
図 3.28(a) 各 Case における固有値平均値



(c) Case 3



(d) Case 4



(e) Case 5

図 3.28(b)

各 Case における固有値平均値 (続き)

3.2.3 通信路容量

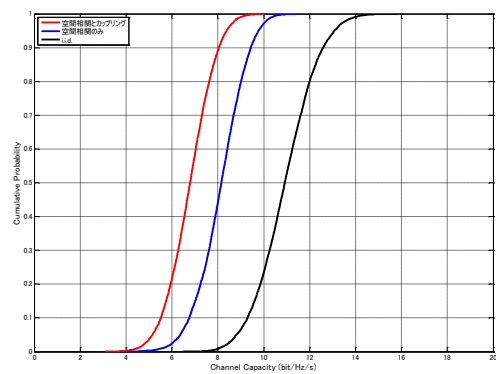
シャノンの情報理論によれば，通信路容量（チャネル容量）とは，単位時間，単位周波数あたり，通信路を介して伝送できる最大情報量のことをいう．伝送線路の SN 比を γ といったとき，受信側のみが MIMO チャネル特性の情報を持つ場合，単位時間，単位周波数あたりの通信路容量 C は以下の式(3.2.14)で表される．

$$C = \log_2 \left| I + \frac{\gamma_0}{M} \mathbf{A} \mathbf{A}^H \right| \quad [\text{bit/s/Hz}] \quad (3.2.14)$$

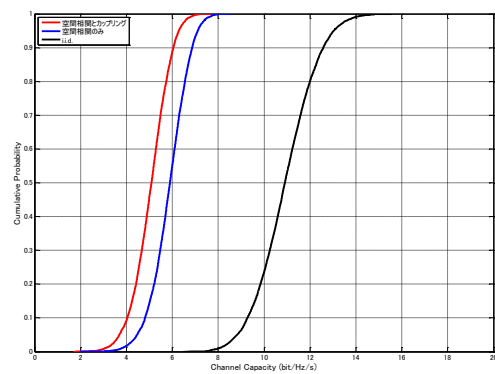
本研究では，上記の式(3.2.14)を用いて，固有値のときと同様に，空間相関とカップリング，空間相関のみ，i.i.d. の 3 つの環境について，通信路容量の累積確率（CDF）のシミュレーション評価を行った．アンテナ間隔については，固有値のときと同様に，アンテナ間隔 $1/8 \lambda$, $1/4 \lambda$, $3/8 \lambda$, $1/2 \lambda$, $3/4 \lambda$, $1/1 \lambda$, $5/4 \lambda$, $3/2 \lambda$ について評価した．

以下に，各 Case における通信路容量（累積確率（CDF））（ 4×4 MIMO）を図 3.29～図 3.36 に図示する．

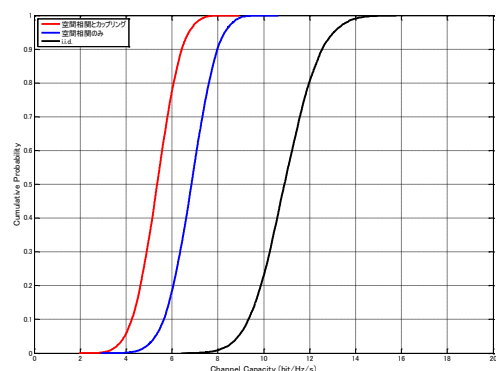
前述した固有値と同様に，図 3.29～図 3.36 中の赤い曲線は，空間相関とカップリングの両方を考慮したときの結果であり，青い曲線は空間相関のみを考慮した（式(2.3)のカップリング行列 \mathbf{C}_r を単位行列とした）結果である．また，黒い曲線は i.i.d.（無相関（空間相関もカップリングもない状態））の曲線を表し，これはカップリング行列 \mathbf{C}_r と相関行列 $\sqrt{\mathbf{\Pi}_r}$ を単位行列にしたときの結果である．データ数については，固有値のときと同様に，式(2.2)に基づき乱数行列 \mathbf{G} を 10000 個生成した．つまり，10000 個の通信路容量データを求めた．



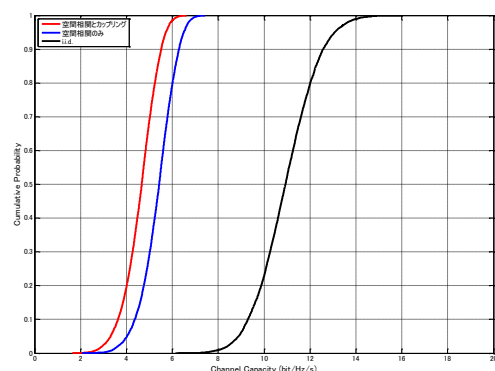
(a) Case 1



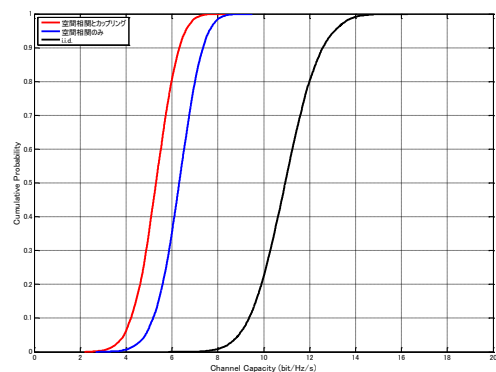
(d) Case 4



(b) Case 2



(e) Case 5



(c) Case 3

図 3.29

通信路容量 CDF(アンテナ間隔 $1/8 \lambda$)

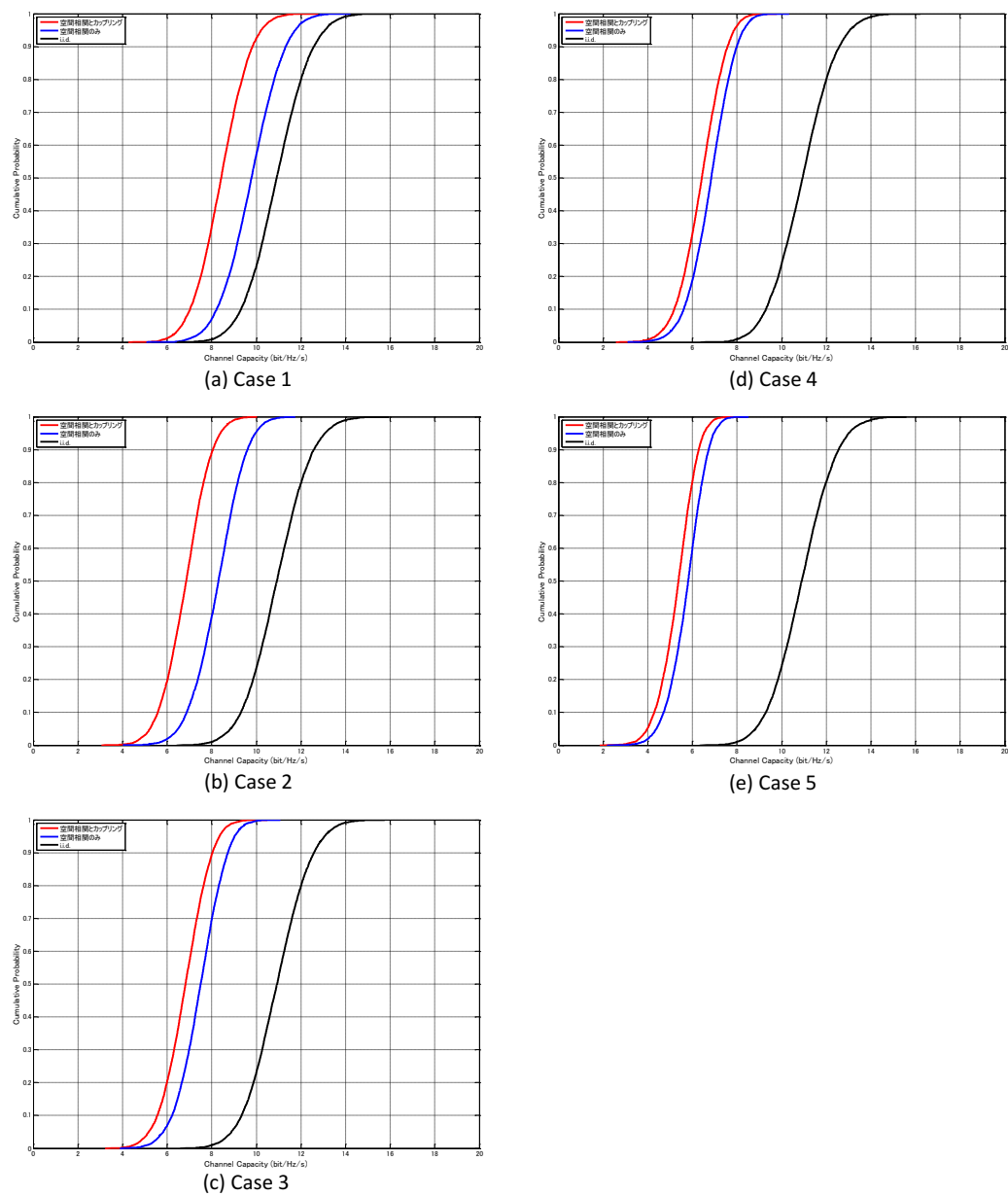


図 3.30

通信路容量 CDF(アンテナ間隔 $1/4 \lambda$)

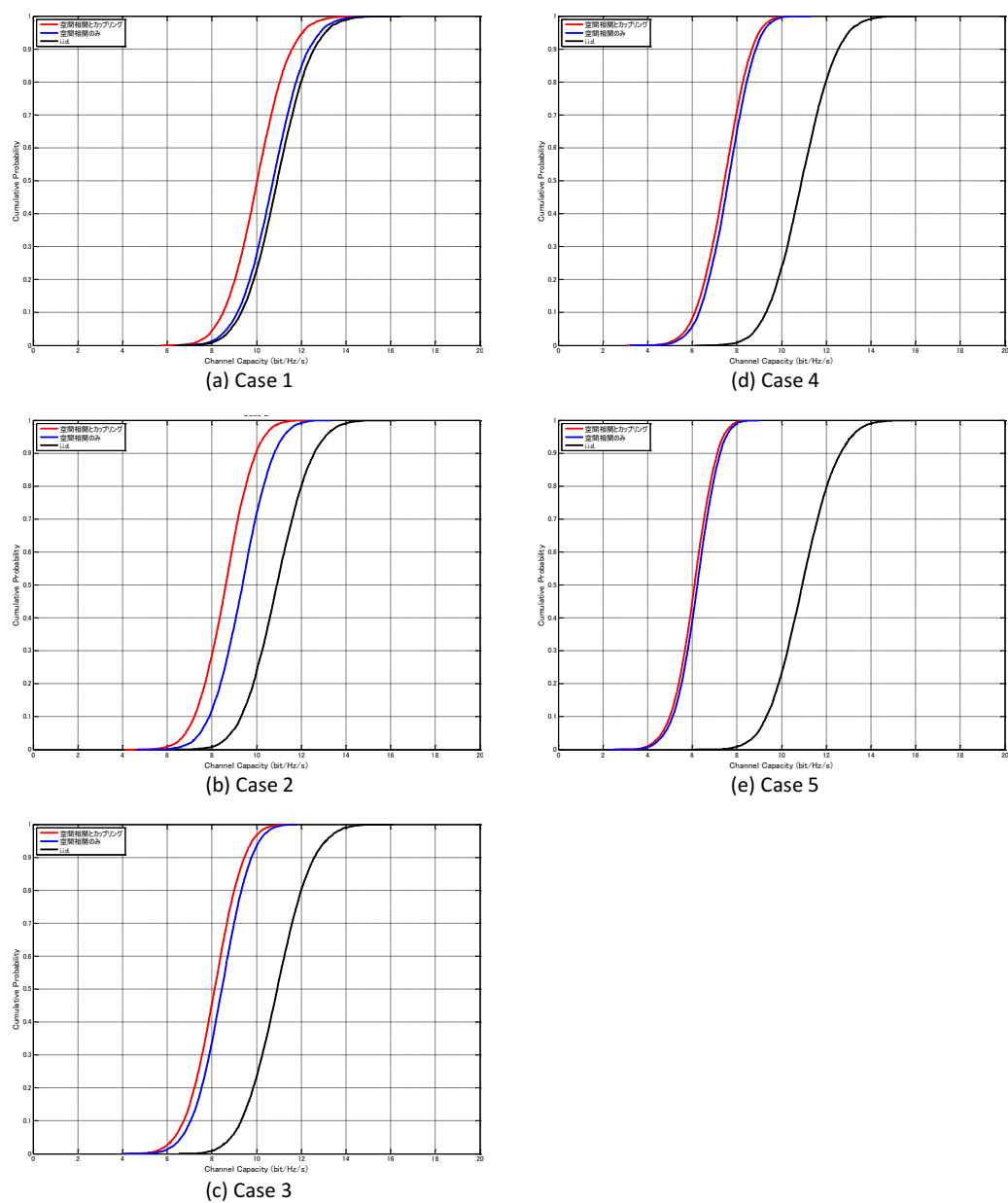


図 3.31

通信路容量 CDF(アンテナ間隔 $3/8 \lambda$)

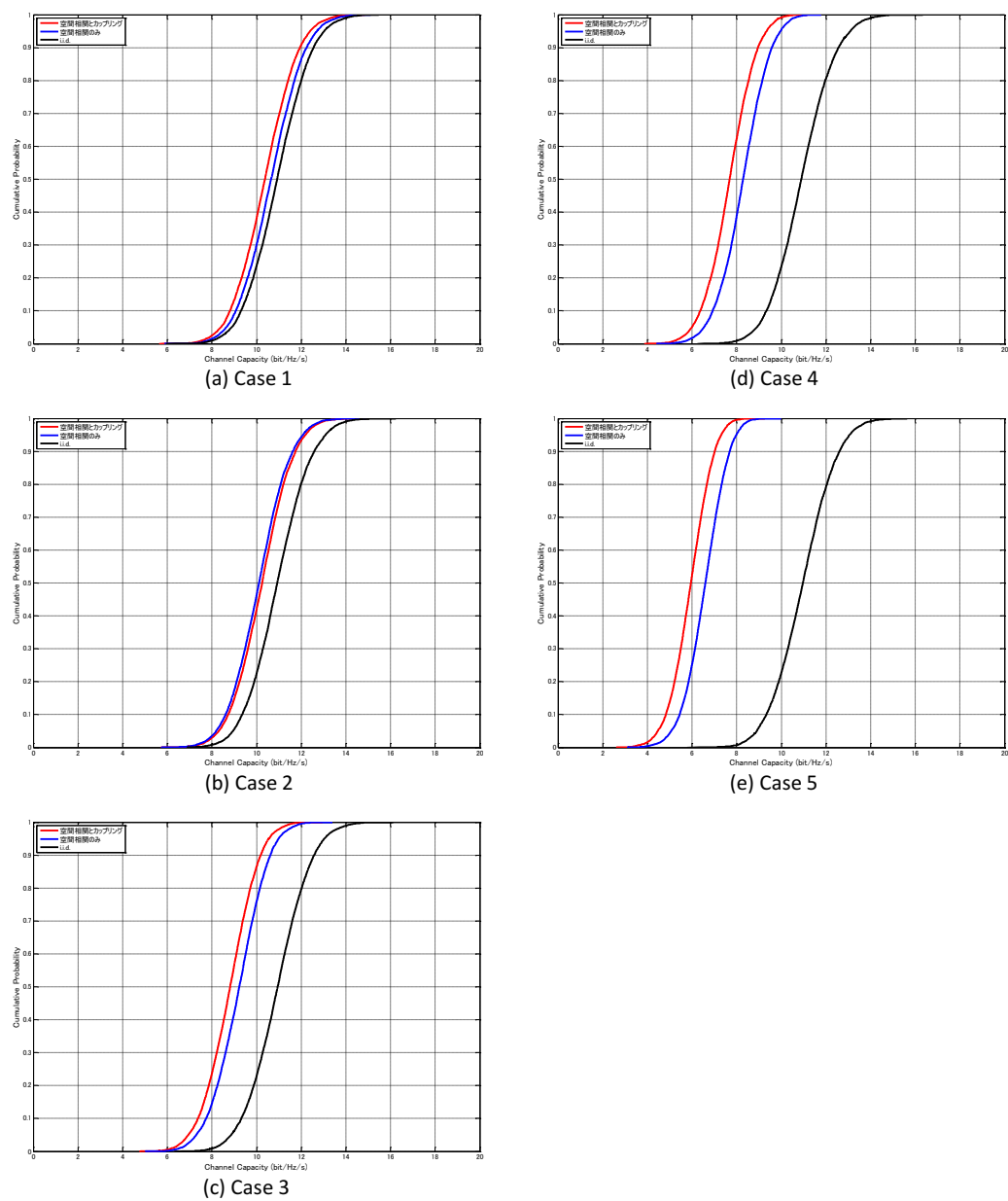


図 3.32

通信路容量 CDF(アンテナ間隔 $1/2 \lambda$)

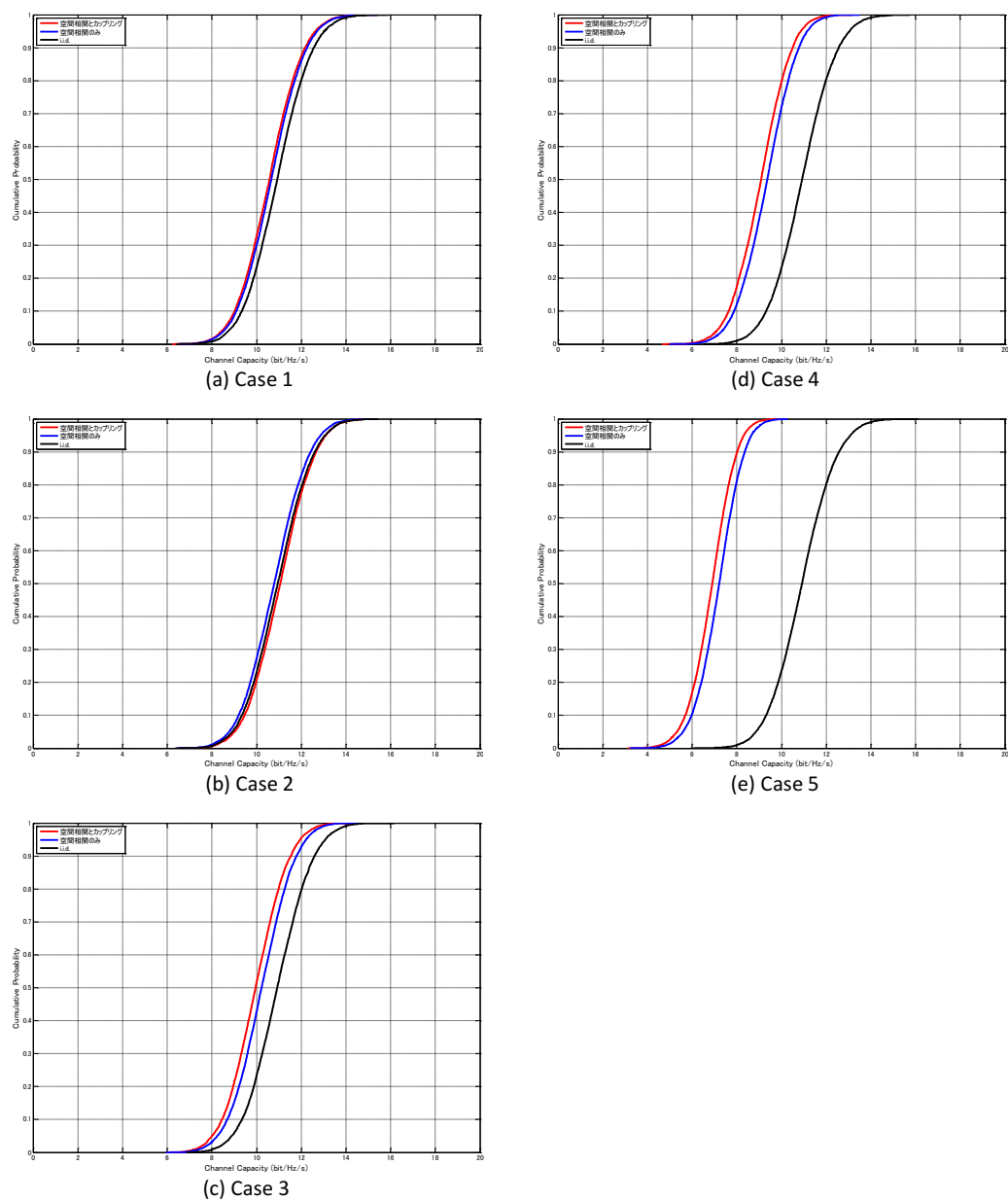


図 3.33

通信路容量 CDF(アンテナ間隔 $3/4 \lambda$)

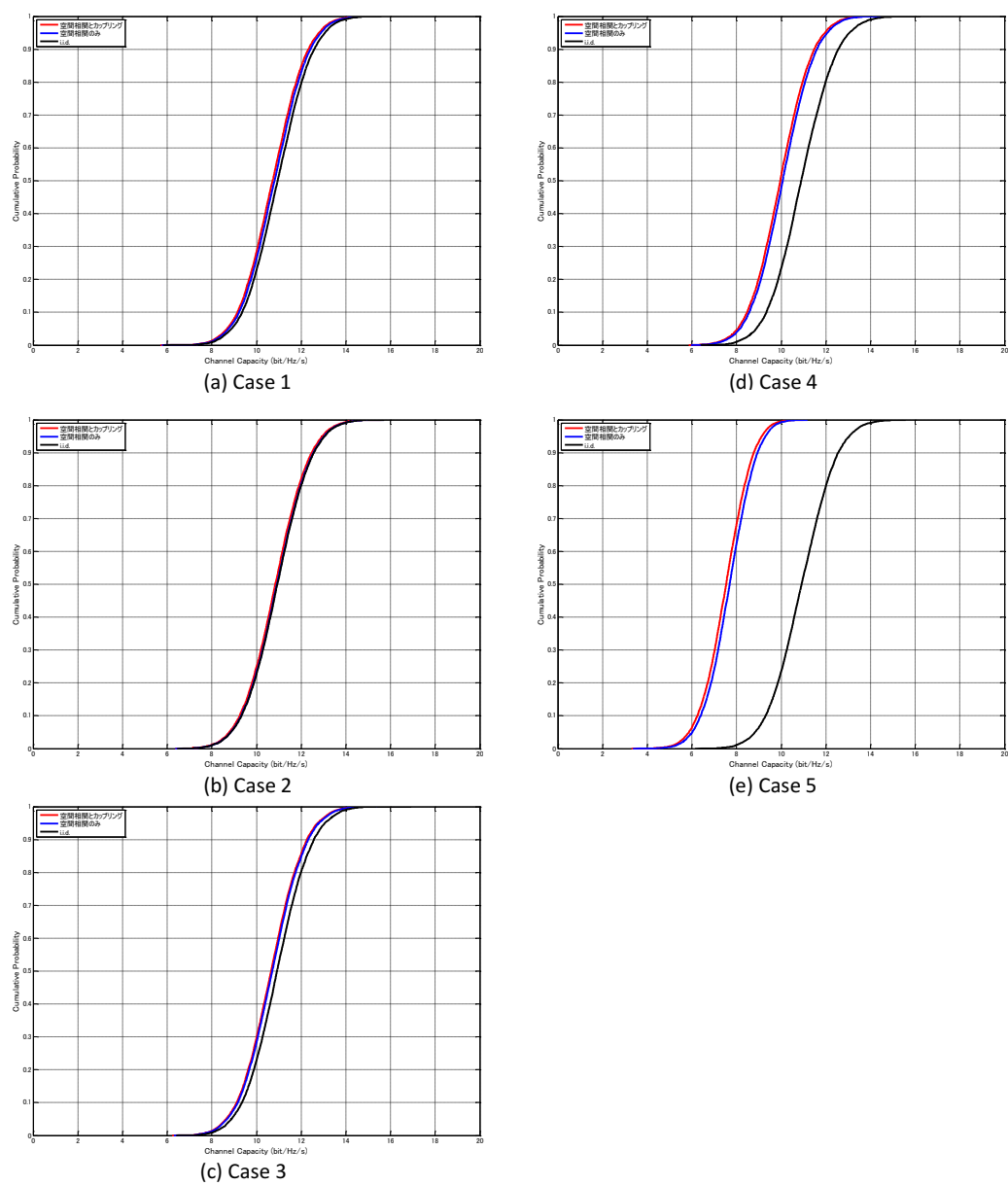


図 3.34 通信路容量 CDF(アンテナ間隔 $1/1 \lambda$)

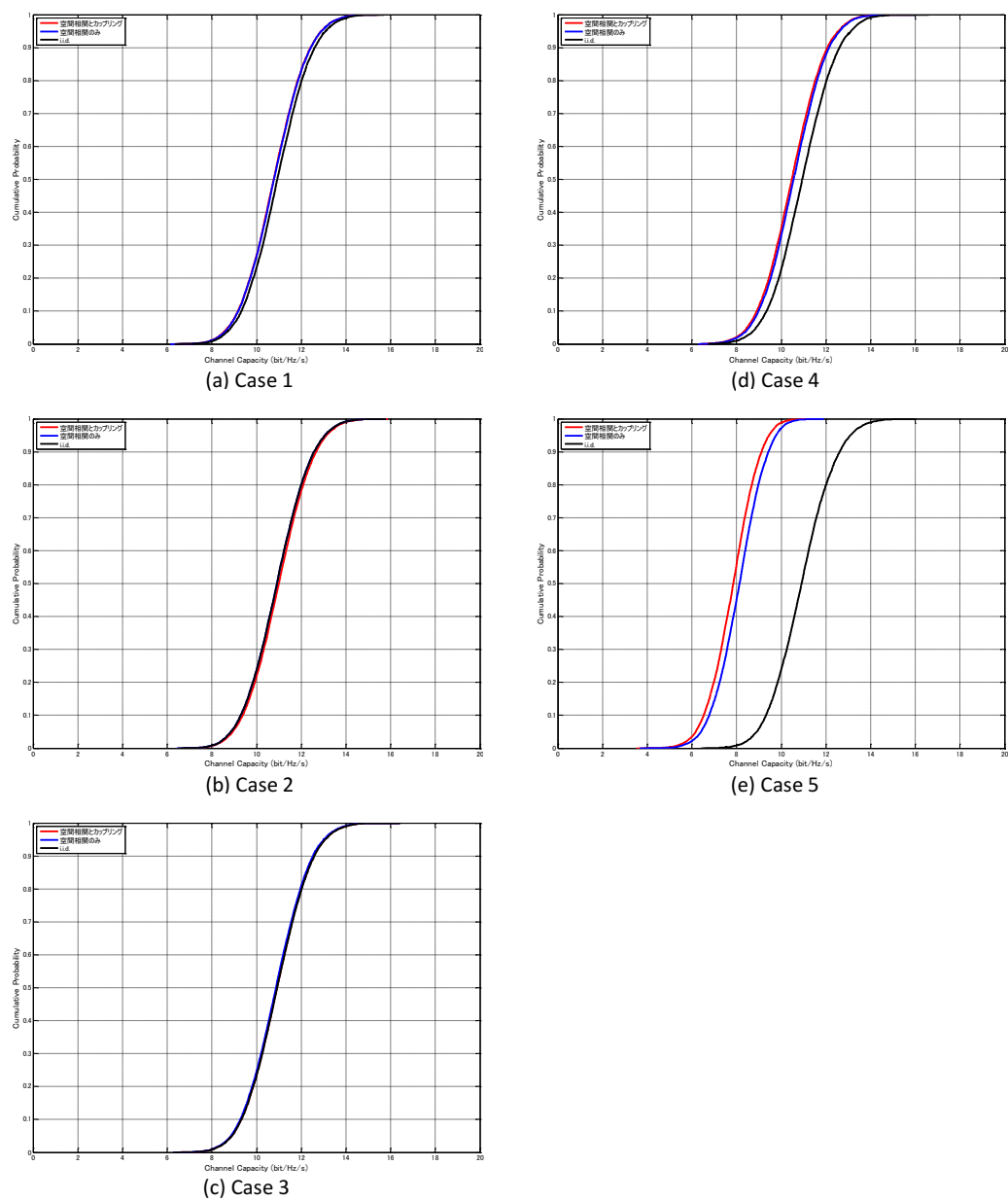


図 3.35 通信路容量 CDF(アンテナ間隔 $5/4 \lambda$)

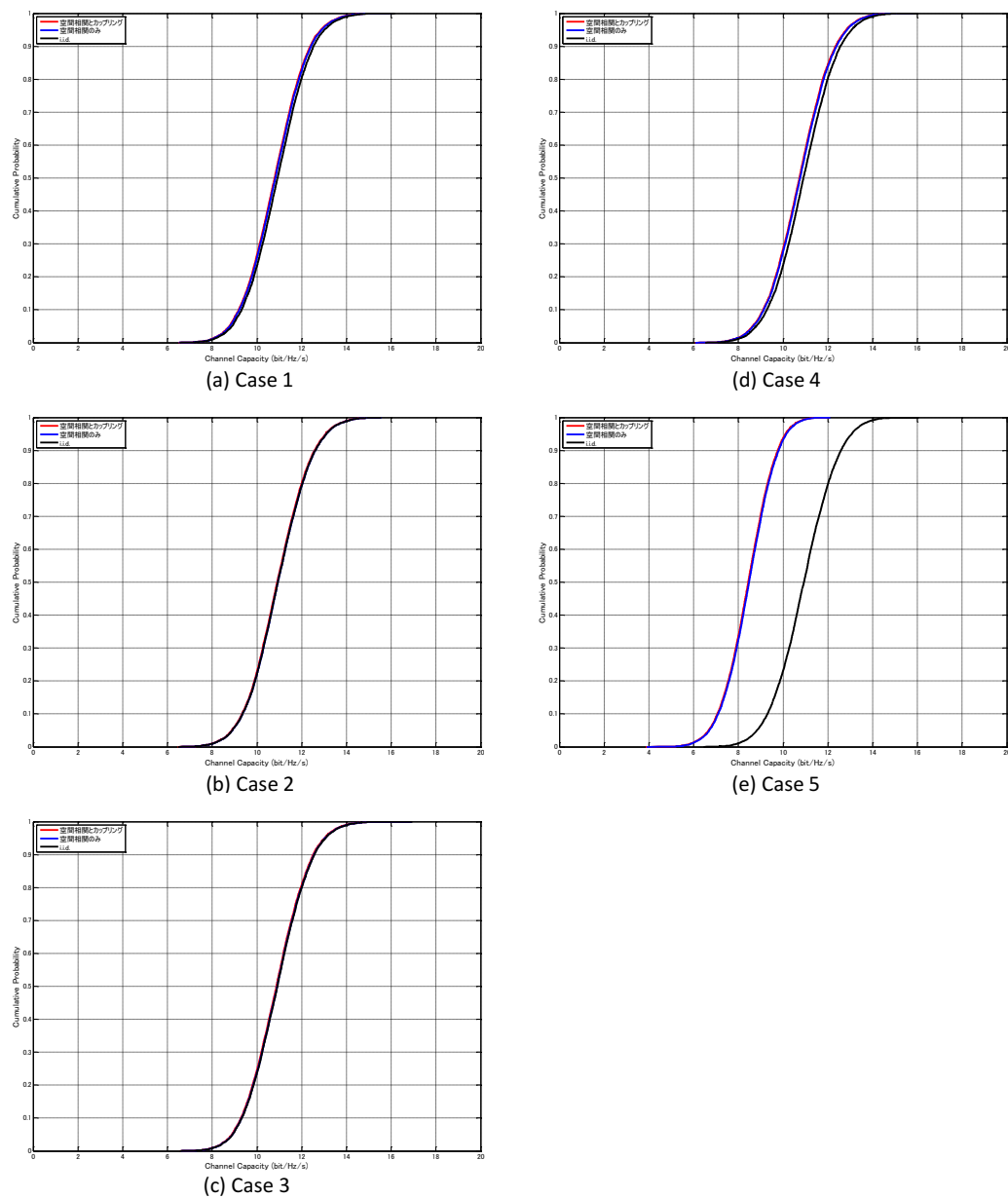


図 3.36 通信路容量 CDF(アンテナ間隔 $3/2 \lambda$)

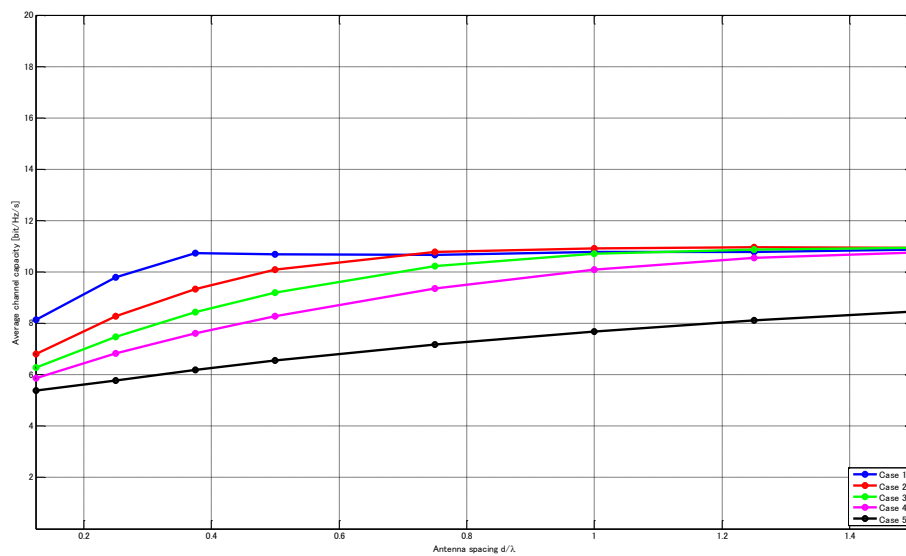
図 3.29～図 3.36 の結果より，アンテナ間隔を狭めるにしたがって，空間相関とカップリングの両影響が著しく通信路容量特性の劣化に現れていることがわかる。

また，アンテナ間隔を狭めたことによる劣化よりも，Case 2～Case 5 へと電波の到来角度を限定していくことによる劣化の方が大きいことが固有値と通信路容量の両結果より確認された．さらに，アンテナ間隔を $3/8 \lambda$ 以下にすると，空間相関のみの特性よりも，空間相関とカップリングの両方を考慮した特性の方が劣化が大きくなることが，固有値と通信路容量の両結果から確認できた。

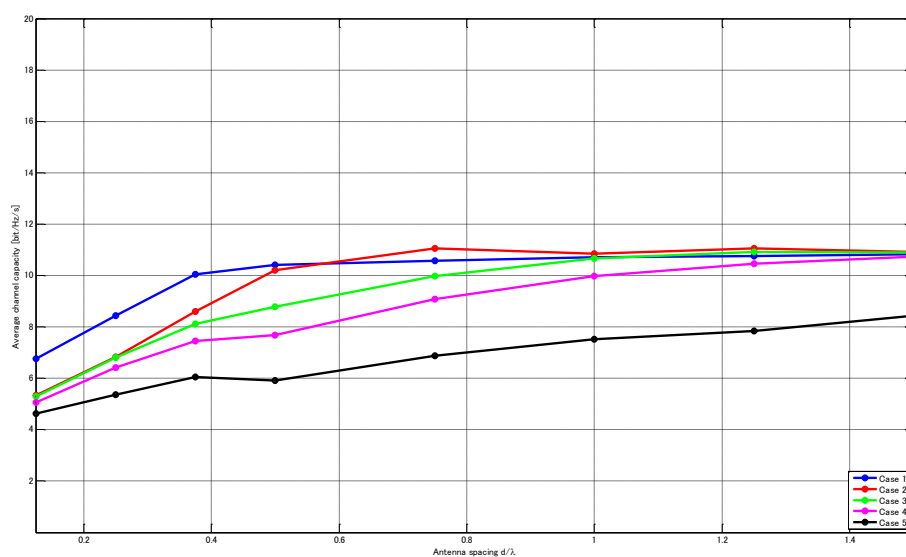
先ほどの図 3.29～図 3.36 の結果を，固有値のときと同様に，縦軸を通信路容量平均値，横軸をアンテナ間隔としたときの通信路容量平均値の結果としてまとめると，以下の図 3.37 のようになる．なお，1 つのグラフに占める折れ線の本数が多いため，通信路容量平均値のグラフについては，空間相関のみのデータ，空間相関とカップリングを考慮したデータに分けて掲載する．

図 3.37 中の青い曲線，赤い曲線，緑色の曲線，桃色の曲線，黒い曲線は，順に Case 1, Case 2, Case 3, Case 4, Case 5 の平均値曲線を表している．こちらの図からも，同じアンテナ間隔でも，電波の到来角度を限定することによる通信路容量の劣化が簡易的に確認できる．

また，アンテナ間隔が比較的広い範囲では 2 つのグラフに大きな差異はないが，アンテナ間隔を狭くした場合 ($3/8\lambda$ 以下)，上述した空間相関とカップリングが合わさった影響の大きさが伺える．



(a) 空間相関のみ



(b) 空間相関とカップリング

図 3.37 通信路容量平均値

以上のシミュレーション結果より，第 2 章で述べた空間相関とカップリングの 2 つを考慮に入れたクロネッカーモデル（式(2.3)）は，MIMO 伝送特性の指標である固有値と通信路容量の両面において，両影響が原理に基づいた形として顕著に現れていることがわかった．したがって，本研究で用いたクロネッカーモデルの有効性がこれらのシミュレーション評価によって実証された．

第4章

2 ステージ法のフェージングエミュレータ (FE) を用いた実測定評価検証

第3章で述べた各 Case における固有値, および通信路容量のシミュレーション結果について, その妥当性を検証する目的のもと, 2 ステージ法のフェージングエミュレータ (FE) を用いた実測定を行った.

MIMO 通信端末を電波環境下で評価する方法の1つに, 測定対象である端末の周辺にフェージング環境を生成し, 測定を行う MIMO-OTA (Over-the-Air) 測定がある. OTA 測定の例としては, 被測定端末 (DUT) の周辺に任意の電波環境を形成可能なフェージングエミュレータ型, フェージングエミュレータ型の測定手順を2段階に分けて評価を簡易化した2ステージ法, マルチパス伝搬環境を形成する電波反射箱を用いた電波反射箱型などが挙げられる. 本研究では, 2ステージ法を採用し, シミュレーション結果の妥当性を検証するため, 擬似実験を行った.

従来のフェージングエミュレータ型測定システムは, 広い電波暗室内で被測定端末の周囲に多数のアンテナを設置する必要があり, また, アンテナ数に比例して, フェージングエミュレータも大規模かつ高スペックのものが求められる. 上記の理由から, 空間的にも労力的にも測定に困難が生じてしまう. さらに, 本研究では既にアンテナパターンデータを取得済みであるため, 上記の理由全てを考慮すると, 2ステージ法を用いるのが最も効率的である. 以上より, 本研究では2ステージ法フェージングエミュレータを用いた擬似実験を採用した.

図4.1に示す実験系を構築し, 擬似実験を行った. (各機材の詳細については, 付録B参照)

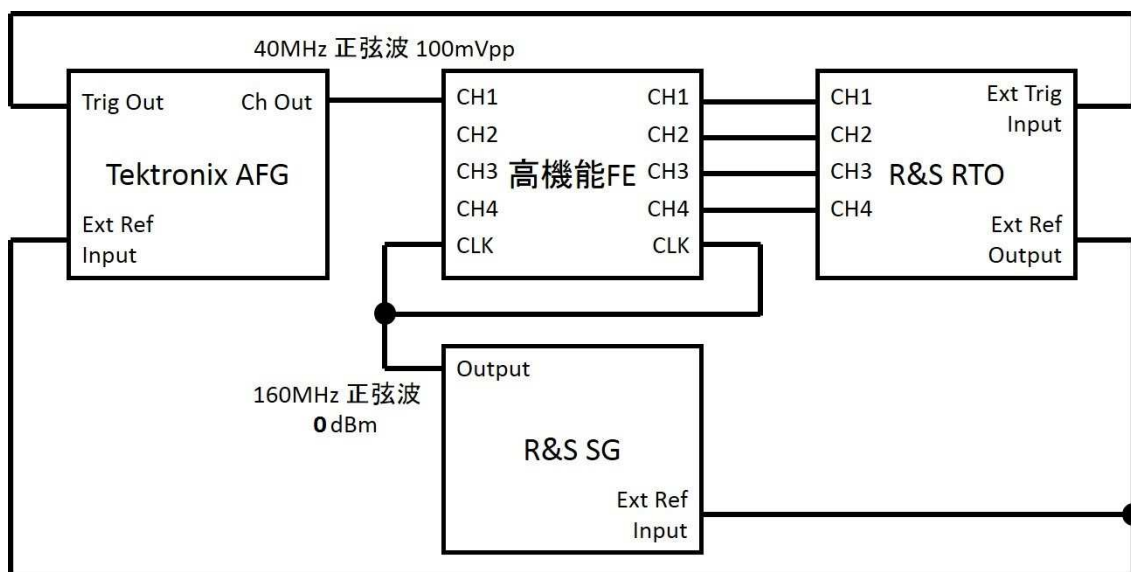


図 4.1 MIMO フェージングエミュレータ (FE) を用いた実験系

擬似実験の概要について述べる．AFG から周波数 40[MHz]，振幅 100[mVpp]の正弦波（無変調波）を放射し，FE 内のプローブアンテナから測定対象アンテナ（半波長無指向性）へと伝搬させる．アンテナパターンについては，シミュレーション評価で使っていたものをそのまま用いた．このとき，R&S SG から周波数 160[MHz]，信号レベル 0[dBm]のクロック信号を出力させた．最終的な出力波は R&S RTO（オシロスコープ）にデータとして保存され，そのデータを計算機上で解析した．FE を始めとして，図 4.1 の実験系で使用されている各機材の設定パラメータについては，以下の表 4.1 にまとめた．

表 4.1 図 4.1 の各機材のパラメータ諸元

・ R&S SG の設定

周波数	160 [MHz]
レベル	0 [dBm]

・ Tektronix AFG の設定

周波数	40 [MHz]
振幅	100 [mVpp]

・ R&S RTO の設定

全ての CH のカップリング	50 [Ω]
「Trigger」のカップリング	50 [Ω]
「Trigger」のレベル	1 [V]
サンプル数	1 [MSa]

サンプリングレート	100 [kSa/s]
-----------	-------------

・ FE の設定

Input Level	すべて 10
Tx Corr	Default
遅延波数	1
ドップラー周波数	1 [kHz]

FE 内の各 Case における電波到来方向の設定について述べる。以下の図 4.2 に示されるように、FE 内の FPGA が形成する仮想空間内には 32 本のプローブアンテナがある。(FE についての詳しい性能諸元については、付録 B 参照) 各プローブアンテナの出力は OTACtrl の「Weight」で調整可能なので、前述した電波の到来角度状況 (Case 1~Case 5) によって適宜パラメータを変更し実験を行った。アンテナ間隔については、「Ant Pattern」に組み入れるアンテナパターンデータに間隔情報が含まれている。

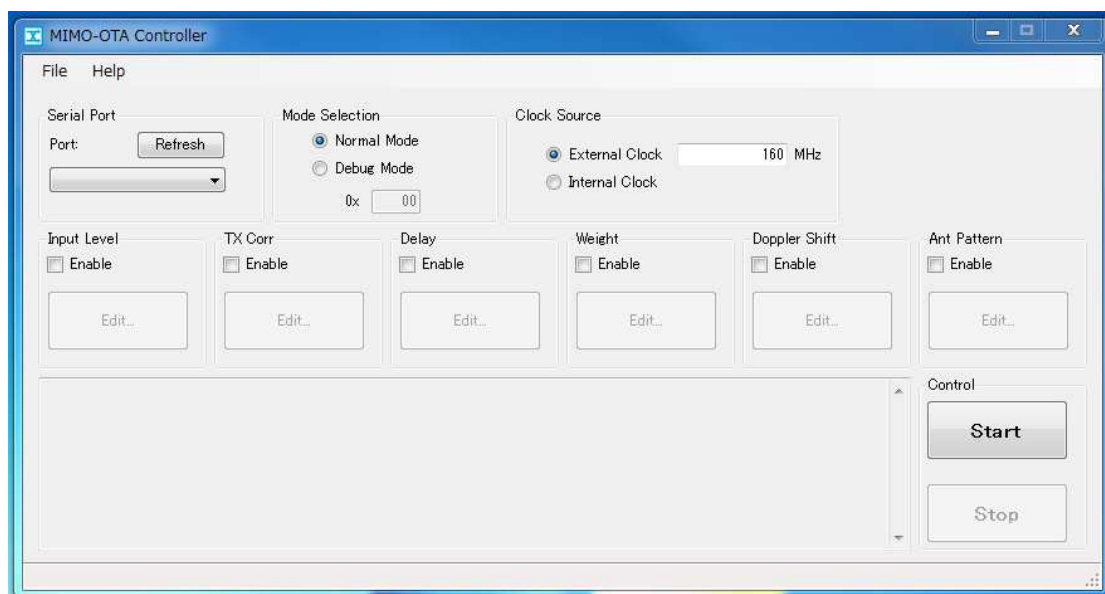


図 4.2 OTACtrl の設定画面 (Windows アプリケーション)

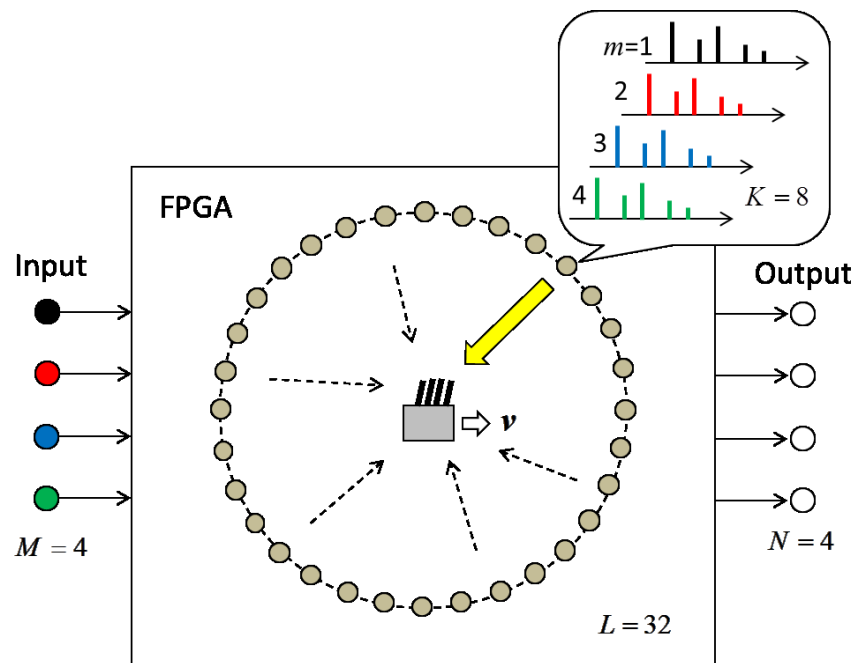


図 4.3 FPGA が形成するプローブアンテナのイメージ

図 4.1 の FE の部分を見ると、入力ポートが CH1 のみに結線される状態にある。1 つの CH に信号を入力して、4 つの CH から信号を出力させている仕組みについては、図 4.4 を参照していただきたい。表 4.1 に示しているように、R&S RTO で 100 万個のサンプルデータを得られるように設定している。図 4.4 のように、信号を解析する際、信号を時系列順に 25 万個ずつ分けて、CH1, CH2, CH3, CH4 とすれば、十分膨大な量のサンプルデータ数に設定しているため、全ての CH で無相関関係の波形が出力されている 4×4 MIMO とみなせる。

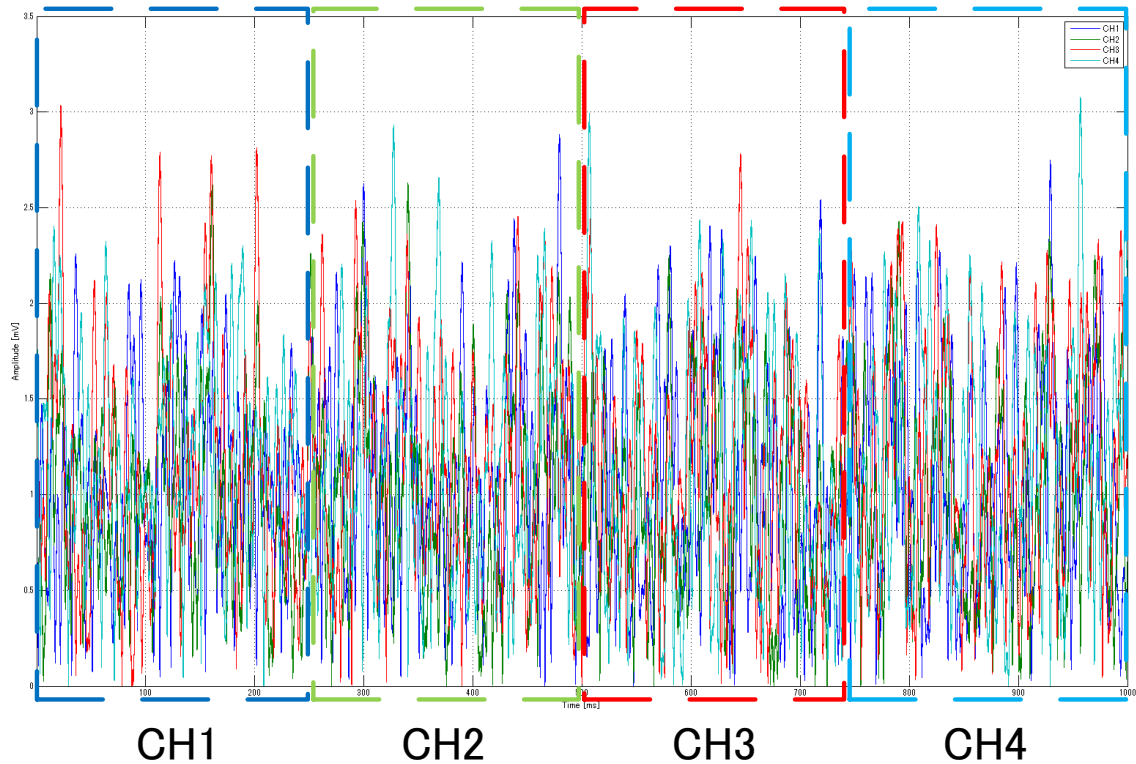


図 4.4 出力信号分割のイメージ

4.1 FE を用いたチャネル固有値の擬似実験評価

FE を用いた擬似実験で得られた実測データについて、第 3 章でのシミュレーションと同様に、固有値を求めた。なお、FE を用いた擬似実験は空間相関とカップリングの両方を考慮に入れて行ったため、比較対象のシミュレーション結果についても、第 3 章で掲載した空間相関とカップリングの両方を考慮した結果とした。また、シミュレーションでは固有値のデータ数は 1 つの固有値 λ_i ($i = 1 \sim 4$) につき 1 万個（合計：1 万個 \times 4 つの固有値 = 4 万個）であったが、FE の実測データから計算した固有値は 1 つの固有値 λ_i ($i = 1 \sim 4$) につき 25 万個（合計：25 万個 \times 4 つの固有値 = 100 万個）となった。さらに、本章では、グラフ結果の視認性向上のため、正規化後の結果を掲載している（詳細は付録 C のプログラムリストを参照していただきたい）。加えて、測定対象とするアンテナ間隔については、 $1/8\lambda$, $1/4\lambda$, $3/8\lambda$, $1/2\lambda$, $1/\lambda$ の 5 つを対象とした。

以下に、第 3 章で掲載した固有値平均値結果と、擬似実験で求めたデータから計算した固有値平均値結果を図 4.5 に示す。（縦軸は固有値平均値、横軸はアンテナ間隔とした。）

図 4.5 について考察する。各曲線については、青、赤、緑、桃色の順に $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ を示す。また、実線はシミュレーション結果を、点線は FE データの計算結果を表している。FE デ

ータの曲線に着目すると、Case 3 まではシミュレーションに極めて近い形の値を取っているのが見受けられるが、Case 4, Case 5 になると、アンテナ間隔が狭い範囲 ($1/2\lambda$ 以下) において、FE データの方は平均値が上昇してしまい、シミュレーションとは大きく差が出た結果となった。図 4.5 全体の結果から、Case 1~Case 3 において、FE の擬似実験系におけるクロネッカーモデルの有効性が確認できた。Case 4, Case 5 については、電波の到来角度が FE 内の仮想空間にとって考慮するのが困難な程度に狭い環境となっているためか、前述した原理に反した結果となった。

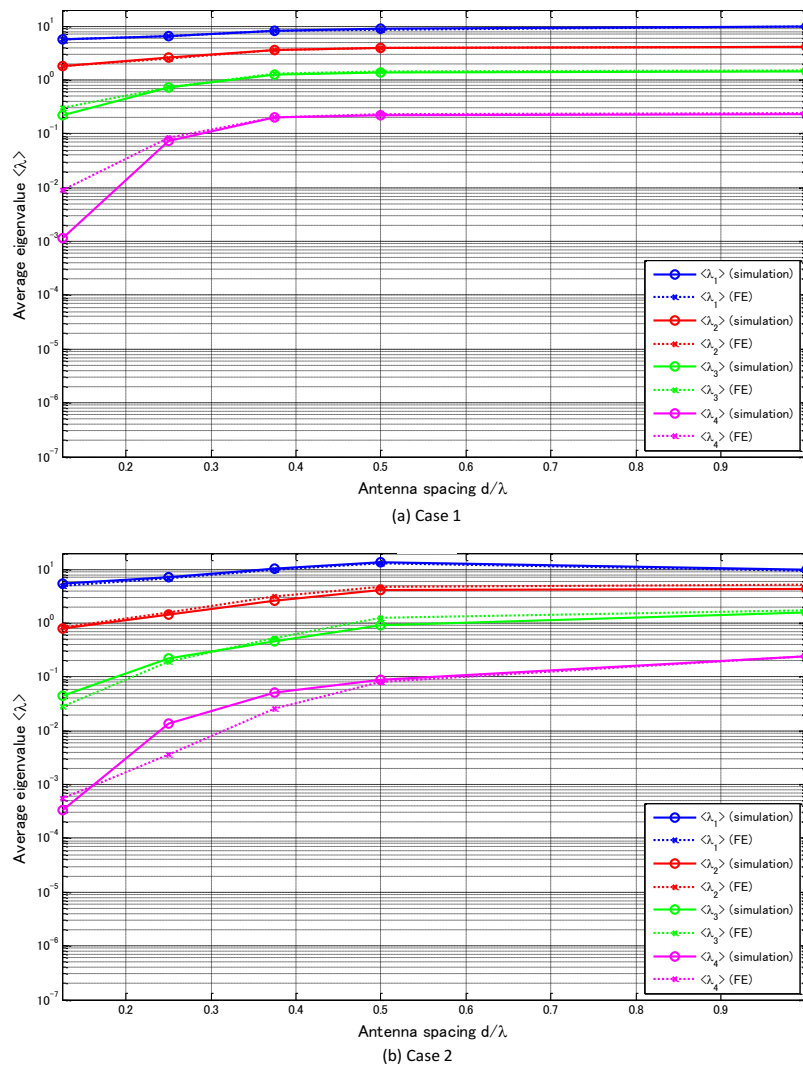
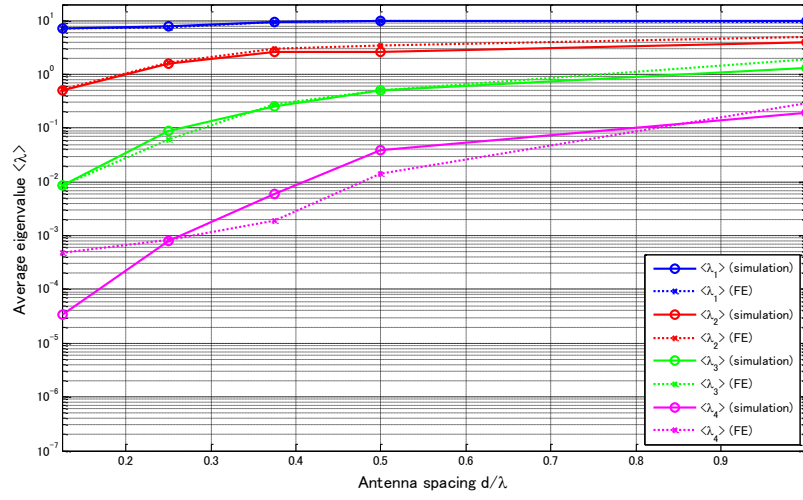
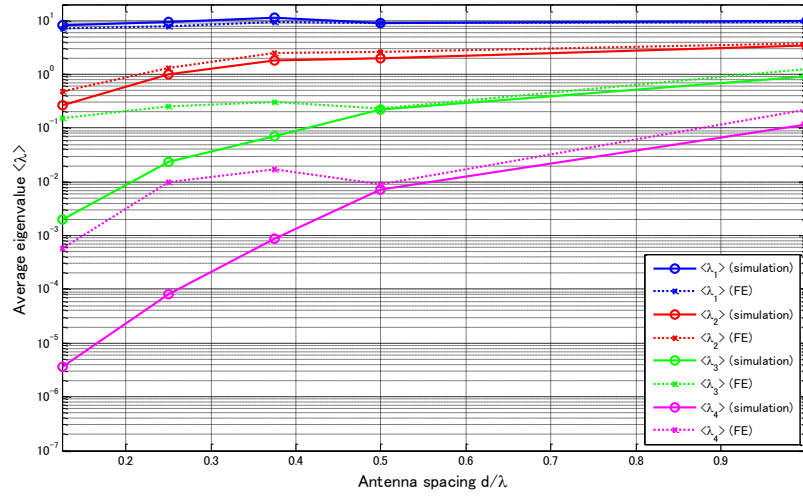


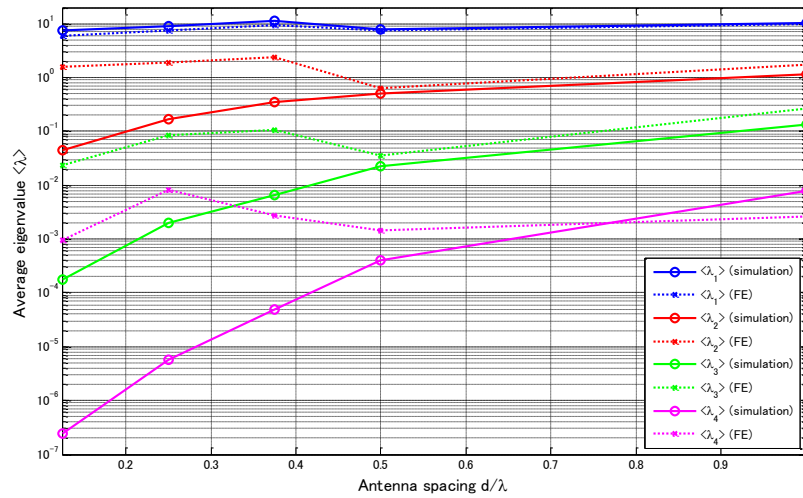
図 4.5(a) 固有値平均値 (FE とシミュレーション)



(c) Case 3



(d) Case 4



(e) Case 5

図 4.5(b) 固有値平均値 (FE とシミュレーション) (続き)

4.2 FE を用いた通信路容量の擬似実験評価

先ほど述べた固有値と同様に，FE を用いた擬似実験で得られた実測データを計算し，通信路容量を求めた．比較対象のシミュレーション結果についても，第 3 章で掲載した空間相関とカップリングの両方を考慮した結果とした．また，シミュレーションでは通信路容量のデータ数は 1 万個であったが，FE の実測データから計算した通信路容量は 25 万個（25 万個のチャネル特性 A からそれぞれの通信路容量を求めた）となった．さらに，固有値のときと同様に，グラフ結果の視認性向上のため，正規化後の結果を掲載している（詳細は付録 C のプログラムリストを参照していただきたい）．加えて，測定対象とするアンテナ間隔については， $1/8\lambda$ ， $1/4\lambda$ ， $3/8\lambda$ ， $1/2\lambda$ ， 1λ の 5 つを対象とした．

以下に第 3 章で掲載した通信路容量平均値の結果と，擬似実験で求めたデータから計算した通信路容量平均値の結果（片対数グラフ）を図 4.6 に示す．（縦軸は通信路容量平均値，横軸はアンテナ間隔とした．）

図 4.6 について考察する．各曲線については，青，赤，緑，桃色，黒の順に Case 1, Case 2, Case 3, Case 4, Case 5 を示す．また，実線はシミュレーション結果を，点線は FE データの計算結果を表している．FE データの曲線に着目すると，Case 1, Case 3, Case 4 はシミュレーションに極めて近い値を取っているが，Case 2, Case 5 については，すべてのアンテナ間隔において，シミュレーション値とは大きく離れた値となった．Case 2 については，実験系や解析プログラムには不具合が見受けられなかったもので，測定環境に何らかの問題が発生したため，図 4.6 のような結果となったと考えられる．

図 4.5 の固有値平均値と合わせて考察すると，FE を用いた擬似実験では，Case 1～Case 3 においては，シミュレーションに極めて近い形で空間相関とカップリングの影響が計算値にも反映されているが，Case 4, Case 5 については，電波の到来角度が非常に限定されており，FE 側の波形出力処理に限界があるためか，空間相関とカップリングの 2 つの影響が計算値に反映されなかった．

以上より，FE を用いた擬似実験におけるクロネッカーモデルは，電波の到来角度が一樣であるとき，および，到来角度を $\theta_0 = 45^\circ$ ， 90° に限定したときにおいて有効であるという結論に至った．

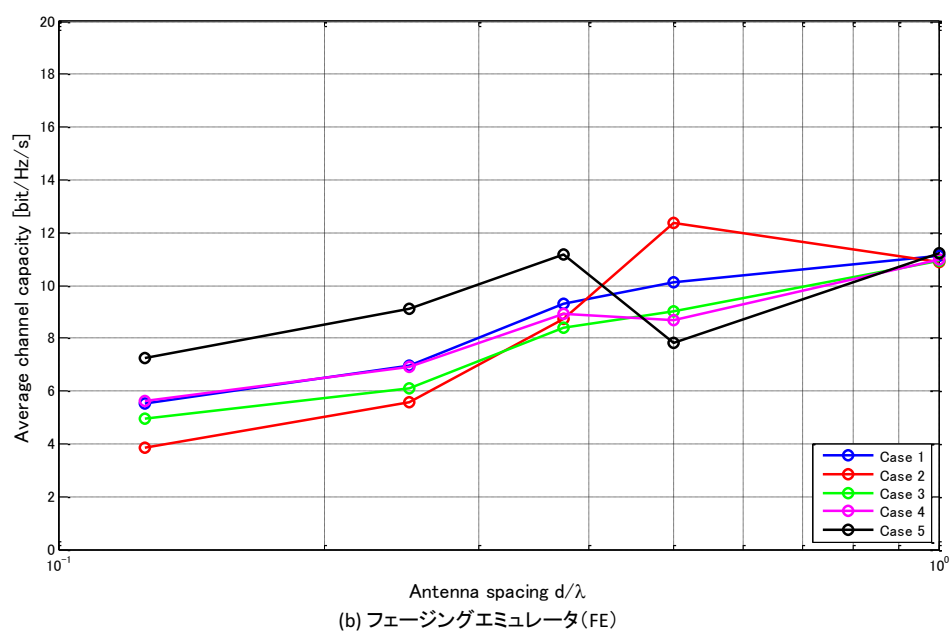
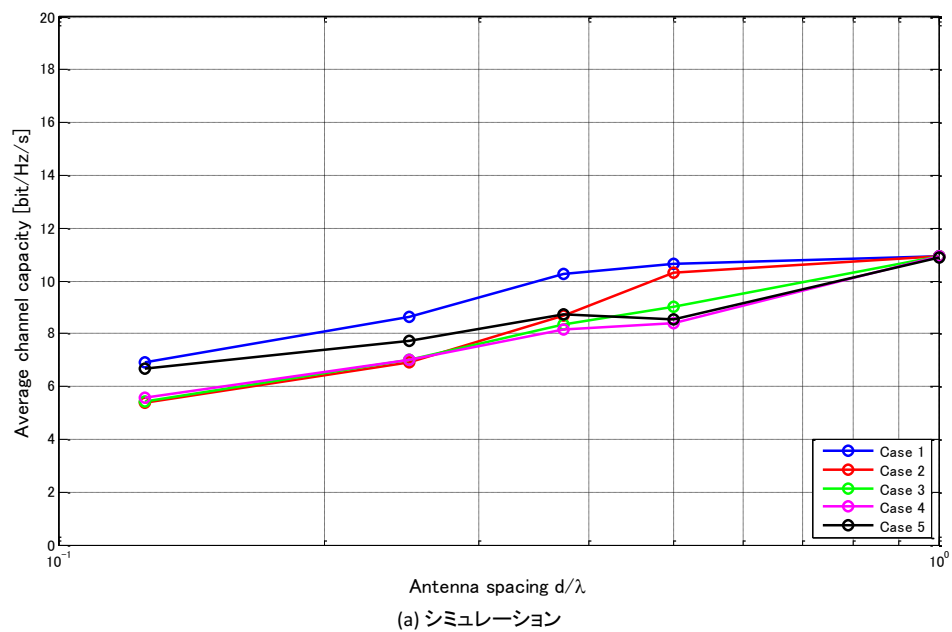


図 4.6 通信路容量平均値 (FE とシミュレーション)

第 5 章

結論

本論文では、アンテナを近傍に配置したときに起こる 2 つの影響（空間相関とカップリング）についての原理を最初に述べ、受信側のみに空間相関とカップリングを考慮した環境に着目し、クロネッカーモデルにカップリング行列 \mathbf{C} を組み入れたモデルを提案した。また、カップリング行列 \mathbf{C} を簡易に求める方法について考察し、無相関のアンテナを基準とした最小二乗近似法で求めるのが最適であるという結論に至った。さらに、任意の空間相関を形成する相関行列 \mathbf{R} についても、電波の到来角度を限定することで厳密式を近似した式 (3.2.2) の実用性を実証できた。本研究では、空間相関とカップリングをクロネッカーモデルで評価していくにあたり、上記の 2 つの方法を採用することにした。次に、そのクロネッカーモデルの実用性を検証するため、空間相関とカップリング、空間相関のみ、i.i.d. の 3 つの場合について、さらに、前述した相関行列を用いるため、電波の到来方向を 5 つの Case に分けて、MIMO 伝送特性の指標である固有値と通信路容量について計算機シミュレーション評価を行った。結果、アンテナ間隔を狭めたとき、第 2 章で述べた原理に基づいて、また、過去の研究結果と同様な結果 [1][2] として、空間相関とカップリングの影響が特性の劣化として顕著に現れたことが観察された。また、MIMO 伝送特性の劣化については、アンテナ間隔を狭めることによる空間相関とカップリングの影響より、電波の到来角度を限定することによる影響の方が大きいことがわかった。この評価により、本研究で考察してきたクロネッカーモデルの有効性を確認できた。さらに、シミュレーション結果の妥当性を検証する目的のもと、フェージングエミュレータ (FE) を用いた擬似実験を行った。擬似実験で取得した波形データを解析し、シミュレーション時と同様に固有値と通信路容量の評価を行った。その結果、FE 内の仮想空間では、電波の到来角度が一様であるとき、および、到来角度を $\theta_0 = 45^\circ, 90^\circ$ に限定したときにおいて、クロネッカーモデルが有効であることが確認できた。これら上記のシミュレーション、擬似実験の結果により、無指向性の半波長ダイポールアンテナを用いた 4×4 MIMO における、空間相関とカップリングを考慮したシミュレーションモデルであるクロネッカーモデルの有効性が立証された。

本研究の今後の課題として、

- ・二重電波反射箱を用いた実環境での測定実験を行い、さらなる実用性の検証
- ・ 2×2 MIMO, 4×2 MIMO など、種々の MIMO 構成での評価
- ・シングルモードアンテナであるダイポールアンテナ以外の複雑な特性を有するアンテナに対するモデル化

などが挙げられる。

謝辞

本研究の進行および論文の執筆にあたり，日頃より多大なるご指導及び助言を頂いた唐沢 好男教授に，深く感謝の意を表す．また，研究にあたり，アンテナパターンデータを提供していただいた，電気興業(株)の大島 一郎博士に，また，日頃から研究に関してご指導，ご協力いただいた久野 伸晃先輩，小谷 里佳子先輩，永井 克弥君，中里 仁君を始め，唐沢研究室の皆様に深く感謝する．

参考文献

- [1] 大島一郎, 佐々木克守, 中田幸男, 高橋行隆, 唐沢好男, "放射パターン測定に基づくアレーアンテナ素子間結合特性 –空間相関とアレー素子間結合を考慮した MIMO 伝送特性評価のために-", 電興技報, No.42, 2008.
- [2] ダン フン レー, ビスワス シュブラト クマル, 谷口哲樹, 唐沢好男, 大島一郎, "空間相関とアレー素子間結合を考慮した MIMO 伝送特性[Ⅱ]", 信学技報 AP2007-132(2008-01).
- [3] 孫 桂江, 中田克弘, 大島一郎, 唐沢好男, "2 ステージ法による簡易型 MIMO-OTA 評価のシミュレーション手法とアンテナカップリング特性評価への応用", 電子情報通信学会論文誌. B. 通信, Vol. J96-B, No.7, pp.701-711, 2013.
- [4] R.J.Mailloux, "Phased Array Antenna Handbook", ARTECH HOUSE, Norwood, 1994.
- [5] 唐沢好男, "ディジタル移動通信の電波伝搬基礎, " コロナ社, 2003.
- [6] 山田寛喜, 小川恭孝, 山口芳雄, "受信アレーアンテナの相互インピーダンスとその校正行列について", 信学技報, WBS2004-151, AP2004-332, RCS2004-419, MoMu2004-202, MW2004-329(2005-03)
- [7] Zhemin Xu, Sana Sfar, and Rick S. Blum, "Receive Antenna Selection for Closely-Spaced Antennas with Mutual Coupling", IEEE TRANSACTIONS ON WIRELESS COMMUNICATIONS, VOL.9, NO.2, February 2010.
- [8] 唐沢好男, "MIMO 伝搬チャネルモデリング", 信学論(B), vol.J86-B, No.9, pp1706-1720, 2003.
- [9] Hans Steyskal, Jeffrey S. HEAD, "Mutual Coupling Compensation in Small Array Antennas", IEEE TRANSACTIONS ON ANTENNAS AND PROPAGATION, VOL.38, NO.12, December 1990.
- [10] 中田克弘, "簡易型 MIMO-OTA 測定システム構築に関する研究", 電気通信大学 大学院 情報理工学研究科 情報・通信工学専攻, 修士論文, 2014.
- [11] 居村岳広, "無給電素子と反射板による結合効果を利用した間引き給電型アレーアンテナに関する研究", 東京大学 大学院 工学系研究科 電子工学専攻, 修士論文, 2007.
- [12] 八重沢隼, "屋外におけるアレーアンテナ校正法に関する研究", 横浜国立大学 大学院 工学府 物理情報工学専攻 電気電子ネットワークコース, 修士論文, 2006.
- [13] 中嶋信生, "無線技術とその応用:新世代ワイヤレス技術", 丸善, 2004.

付録 A 式(3.2.1)の近似計算

$$\begin{aligned}
 \rho_0(\Delta x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\theta} \int_{-\pi}^{\pi} \exp\left\{-\frac{(\theta - \theta_0)^2}{2\sigma_\theta^2}\right\} \exp(jk\Delta x \cos \theta) d\theta \\
 &\quad \downarrow \\
 &\quad \text{積分範囲を変更 } (\theta = 0^\circ \text{ 付近に着目}) \\
 &\quad \theta - \theta_0 \rightarrow \hat{\theta} \text{ へ変換} \\
 &\quad \downarrow \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\theta} \int_{-\pi-\theta_0}^{\pi-\theta_0} \exp\left(-\frac{\hat{\theta}^2}{2\sigma_\theta^2}\right) \exp\{jk\Delta x \cos(\hat{\theta} + \theta_0)\} d\hat{\theta} \\
 &\quad \downarrow \\
 &\quad \text{積分範囲の拡大} \\
 &\quad \downarrow \\
 &\approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\theta} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{\hat{\theta}^2}{2\sigma_\theta^2}\right) \exp\{jk\Delta x \cos(\hat{\theta} + \theta_0)\} d\hat{\theta} \\
 &\quad \downarrow \\
 &\quad \cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2} \\
 &\quad \downarrow \\
 &\approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\theta} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{\hat{\theta}^2}{2\sigma_\theta^2}\right) \exp\left[jk\Delta x \left\{1 - \frac{(\hat{\theta} + \theta_0)^2}{2}\right\}\right] d\hat{\theta} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\theta} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{\hat{\theta}^2}{2\sigma_\theta^2}\right) \exp\left\{jk\Delta x \left(1 - \frac{\hat{\theta}^2}{2} - \hat{\theta}\theta_0 - \frac{\theta_0^2}{2}\right)\right\} d\hat{\theta} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\theta} \exp\left\{jk\Delta x \left(1 - \frac{\theta_0^2}{2}\right)\right\} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{\hat{\theta}^2}{2\sigma_\theta^2}\right) \exp\left\{-jk\Delta x \hat{\theta} \left(\theta_0 + \frac{\hat{\theta}}{2}\right)\right\} d\hat{\theta} \\
 &\quad \downarrow \\
 &\quad \text{ここで, } \exp\left\{-jk\Delta x \hat{\theta} \left(\theta_0 + \frac{\hat{\theta}}{2}\right)\right\} \text{ について, } e^x \approx 1 + x + \frac{x^2}{2} \text{ より} \\
 &\quad \exp\left\{-jk\Delta x \hat{\theta} \left(\theta_0 + \frac{\hat{\theta}}{2}\right)\right\} \approx 1 - jk\Delta x \hat{\theta} \left(\theta_0 + \frac{\hat{\theta}}{2}\right) - \frac{1}{2} \left\{k\Delta x \hat{\theta} \left(\theta_0 + \frac{\hat{\theta}}{2}\right)\right\}^2 \\
 &\quad \downarrow \\
 &\rho_0(\Delta x) \\
 &= \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_\theta} \exp\left\{jk\Delta x \left(1 - \frac{\theta_0^2}{2}\right)\right\} \int_0^\infty \exp\left(-\frac{\hat{\theta}^2}{2\sigma_\theta^2}\right) \left\{1 - \frac{jk\Delta x \hat{\theta}^2}{2} - \frac{(k\Delta x \theta_0 \hat{\theta})^2}{2} - \frac{k^2 \Delta x^2 \hat{\theta}^4}{8}\right\} d\hat{\theta}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_\theta} \exp\left\{jk\Delta x\left(1 - \frac{\theta_0^2}{2}\right)\right\} \left\{ \frac{\sqrt{2\pi}\sigma_\theta}{2} - \frac{1}{2}(jk\Delta x + k^2\Delta x^2\theta_0^2) \int_0^\infty \hat{\theta}^2 \exp\left(-\frac{\hat{\theta}^2}{2\sigma_\theta^2}\right) d\hat{\theta} - \frac{k^2\Delta x^2}{8} \int_0^\infty \hat{\theta}^4 \exp\left(-\frac{\hat{\theta}^2}{2\sigma_\theta^2}\right) d\hat{\theta} \right\}$$

↓

$$\text{積分公式: } \int_0^\infty x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\pi}{a^3}}, \quad \int_0^\infty x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8} \sqrt{\frac{\pi}{a^5}}$$

↓

$$\begin{aligned} &= \frac{2}{\sqrt{2\pi}\sigma_\theta} \exp\left\{jk\Delta x\left(1 - \frac{\theta_0^2}{2}\right)\right\} \left\{ \frac{\sqrt{2\pi}\sigma_\theta}{2} - \frac{\sqrt{2\pi}}{4}(jk\Delta x + k^2\Delta x^2\theta_0^2)\sigma_\theta^3 - \frac{3\sqrt{2\pi}}{16}k^2\Delta x^2\sigma_\theta^5 \right\} \\ &= \exp\left\{jk\Delta x\left(1 - \frac{\theta_0^2}{2}\right)\right\} \left\{ 1 - \frac{1}{2}(jk\Delta x + k^2\Delta x^2\theta_0^2)\sigma_\theta^2 - \frac{3}{8}k^2\Delta x^2\sigma_\theta^4 \right\} \end{aligned}$$

以上より,

$$\rho_2(\Delta x) = \exp\left\{jk\Delta x\left(1 - \frac{\theta_0^2}{2}\right)\right\} \left\{ 1 - \frac{1}{2}(jk\Delta x + k^2\Delta x^2\theta_0^2)\sigma_\theta^2 - \frac{3}{8}k^2\Delta x^2\sigma_\theta^4 \right\}$$

付録 B 実験装置

2 ステージ法 MIMO フェージングエミュレータを用いた実験系

・ AFG3251

製造元 : Tektronix



図 B.1 AFG3251

・ R&S SG (SIGNAL GENERATOR (5kHz_6.0GHz, SMT 06))

製造元 : ROHDE&SCHWARZ



図 B.2 SIGNAL GENERATOR (5kHz_6.0GHz, SMT 06)

・MIMO フェージングエミュレータ

製作者：中田 克弘（本学大学院（唐沢研究室）2012 年度修了生）

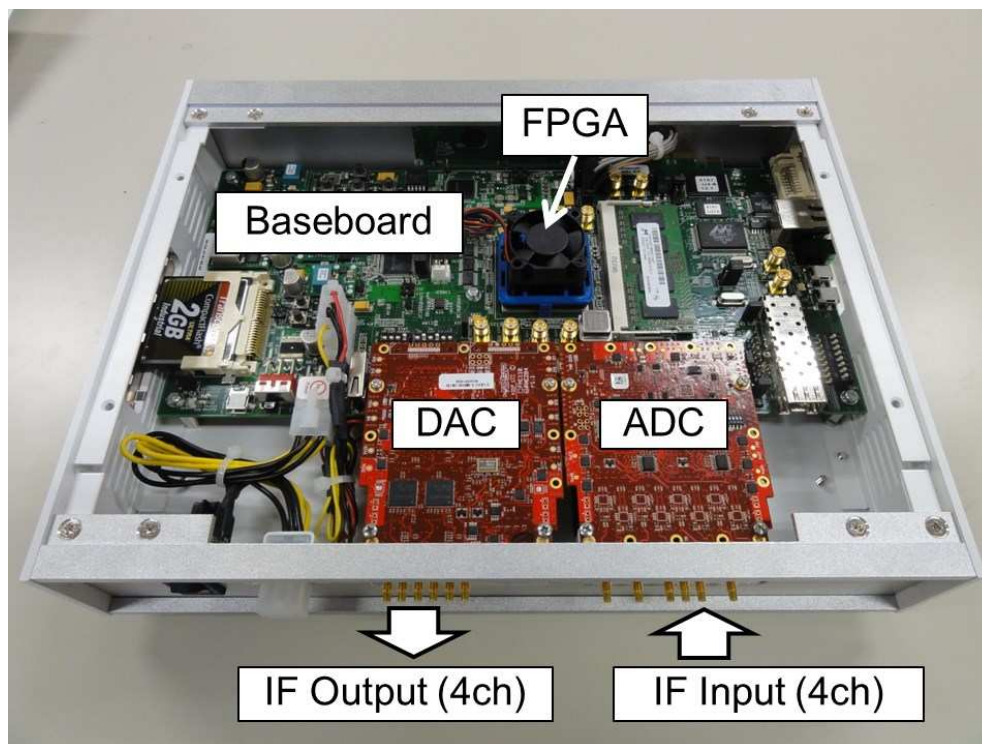


図 B.3 MIMO フェージングエミュレータ (FE)

FPGA IC	XILINX Virtex 6 LX240T
Baseboard	XILINX ML605
Input/Output	
ADC	4DSP FMC104 (14bit)
DAC	4DSP FMC204 (16bit)
Input ports M	4
Output ports N	4
Signal processing	
Clock frequency f_s	160MHz
IF frequency	40MHz
Bandwidth	40MHz (max)
Propagation parameters	
Probe antennas L	32
Delay paths K	8
Maximum delay	50 μ s ($l=1\sim6$), 200 μ s ($l=7,8$)
Delay resolution	6.25ns ($f_s=160$ MHz)
Doppler frequency	0.1Hz \sim 10kHz

図 B.4 フェージングエミュレータ (FE) の性能諸元

・ R&S RTO (オシロスコープ)

製造元 : ROHDE&SCHWARZ

型番 : RTO1024

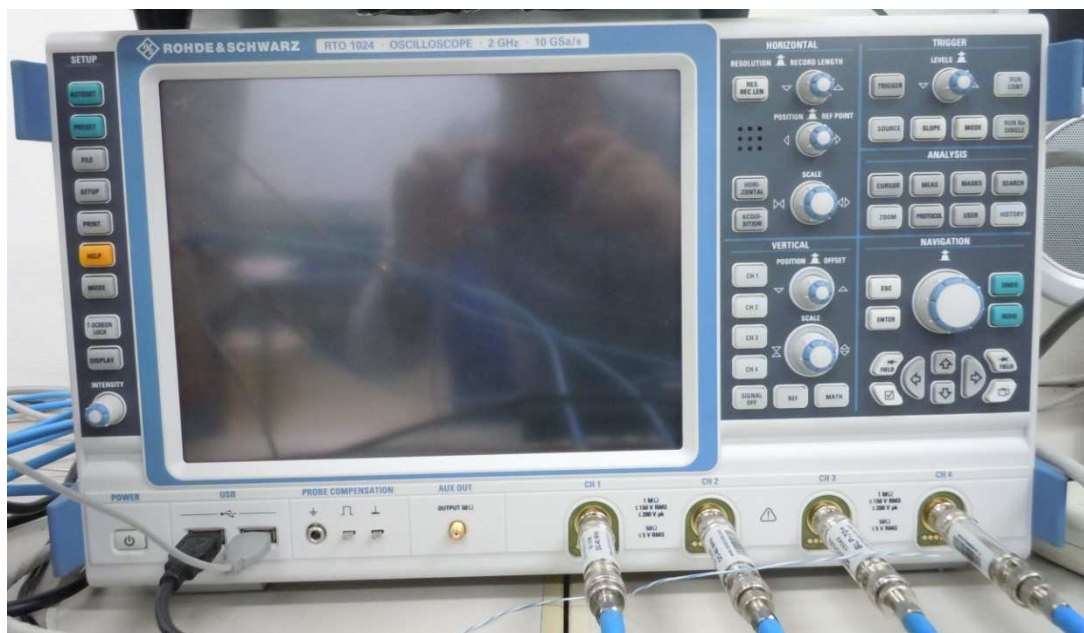


図 B.5 RTO1024

付録 C 使用プログラム（言語：MATLAB）

C.1 通信路容量と固有値を求めるプログラム

```

clear all
close all

% ----- %
%% 変数
% ----- %
% 固有値の数
N = 1e4;
% 距離
lambda = 1;
dx = 3/8 * lambda;
% 固有値と通信路容量の算出における角度の標準偏差
sigma_theta = 20; % [deg]
% ----- %

% ----- %
%% 変数の算出
% ----- %
% 単位行列
I = eye(4);

% 先行研究の相互結合量（カップリング行列）
C = ohshima_C(dx);
% ----- %

% ----- %
%% Case1（Jakesモデル）
% ----- %
% 波数
k = 2*pi/lambda;
% 空間相関行列
P = [1 besselj(0, k*dx) besselj(0, 2*k*dx) besselj(0, 3*k*dx);
     besselj(0, k*dx) 1 besselj(0, k*dx) besselj(0, 2*k*dx);
     besselj(0, 2*k*dx) besselj(0, k*dx) 1 besselj(0, k*dx);
     besselj(0, 3*k*dx) besselj(0, 2*k*dx) besselj(0, k*dx) 1];
P = sqrtm(P);
% チャンネル容量と固有値・チャンネル容量平均値と固有値平均値
[Co, Cc, Ci, Co_ave, Cc_ave, lambda_o, lambda_c, lambda_i, lambda_o_ave, lambda_c_ave]
= calc_channel_capacity_eig(C, P, N);
% 各値の保存
save C_case1.mat Co Cc Ci Co_ave Cc_ave lambda_o_ave lambda_c_ave N
% 固有値累積分布のプロット
figure;
plot_lambda(lambda_o, lambda_c, lambda_i, N);
title('Case 1', 'FontSize', 14);
% チャンネル容量のプロット

```

```

figure;
plot_C(Co, Cc, Ci, N);
title('Case 1', 'FontSize', 14);
% ----- %
% ----- %
%% Case2 ( $\theta_0 = 90^\circ$ ,  $\rho_1(\Delta x)$ )
% ----- %
theta = 90; % [deg]
% 相関係数

if (dx == 1/8)
    csvdata = csvread('output2-0.125.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/8波長)

elseif (dx == 1/4)
    csvdata = csvread('output2-0.25.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/4波長)

elseif (dx == 3/8)
    csvdata = csvread('output2-0.375.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/8波長)

elseif (dx == 1/2)
    csvdata = csvread('output2-0.5.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/2波長)

elseif (dx == 3/4)
    csvdata = csvread('output2-0.75.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/4波長)

elseif (dx == 1)
    csvdata = csvread('output2-1.0.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1波長)

elseif (dx == 5/4)
    csvdata = csvread('output2-1.25.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(5/4波長)

elseif (dx == 3/2)
    csvdata = csvread('output2-1.5.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/2波長)

else
    error('invalid dx');
end

rho = complex(csvdata(:, 2), csvdata(:, 3));

% 空間相関行列
P = [1 rho(1) rho(2) rho(3);
     conj(rho(1)) 1 rho(1) rho(2);
     conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1 rho(1);
     conj(rho(3)) conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1];
P = sqrtm(P);
% チャンネル容量と固有値・チャンネル容量平均値と固有値平均値
[Co, Cc, Ci, Co_ave, Cc_ave, lambda_o, lambda_c, lambda_i, lambda_o_ave, lambda_c_ave]
= calc_channel_capaticy_eig(C, P, N);
% 各値の保存
save C_case2.mat Co Cc Ci Co_ave Cc_ave lambda_o_ave lambda_c_ave N
% 固有値のプロット
figure;

```

```

plot_lambda(lambda_o, lambda_c, lambda_i, N);
title('Case 2', 'FontSize', 14);
% チャンネル容量のプロット
figure;
plot_C(Co, Cc, Ci, N);
title('Case 2', 'FontSize', 14);
% ----- %
% ----- %
%% Case3 ( $\theta_0 = 45^\circ$ ,  $\rho_1(\Delta x)$ )
% ----- %
theta = 45; % [deg]

% 相関係数

if (dx == 1/8)
    csvdata = csvread('output3-0.125.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/8波長)

elseif (dx == 1/4)
    csvdata = csvread('output3-0.25.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/4波長)

elseif (dx == 3/8)
    csvdata = csvread('output3-0.375.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/8波長)

elseif (dx == 1/2)
    csvdata = csvread('output3-0.5.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/2波長)

elseif (dx == 3/4)
    csvdata = csvread('output3-0.75.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/4波長)

elseif (dx == 1)
    csvdata = csvread('output3-1.0.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1波長)

elseif (dx == 5/4)
    csvdata = csvread('output3-1.25.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(5/4波長)

elseif (dx == 3/2)
    csvdata = csvread('output3-1.5.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/2波長)
else
    error('invalid dx');
end

rho = complex(csvdata(:,2), csvdata(:,3));

% 空間相関行列
P = [1 rho(1) rho(2) rho(3);
     conj(rho(1)) 1 rho(1) rho(2);
     conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1 rho(1);
     conj(rho(3)) conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1];
P = sqrtm(P);
% チャンネル容量と固有値・チャンネル容量平均値と固有値平均値
[Co, Cc, Ci, Co_ave, Cc_ave, lambda_o, lambda_c, lambda_i, lambda_o_ave, lambda_c_ave]
= calc_channel_capaticy_eig(C, P, N);
% 各値の保存

```



```

save C_case3.mat Co Cc Ci Co_ave Cc_ave lambda_o_ave lambda_c_ave N
% 固有値のプロット
figure;
plot_lambda(lambda_o, lambda_c, lambda_i, N);
title('Case 3', 'FontSize', 14);
% チャンネル容量のプロット
figure;
plot_C(Co, Cc, Ci, N);
title('Case 3', 'FontSize', 14);
% ----- %
% ----- %
%% Case4 ( $\theta_0 = 30^\circ$ ,  $\rho_1(\Delta x)$ )
% ----- %
theta = 30; % [deg]

% 相関係数

if (dx == 1/8)
    csvdata = csvread('output4-0.125.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/8波長)

elseif (dx == 1/4)
    csvdata = csvread('output4-0.25.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/4波長)

elseif (dx == 3/8)
    csvdata = csvread('output4-0.375.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/8波長)

elseif (dx == 1/2)
    csvdata = csvread('output4-0.5.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/2波長)

elseif (dx == 3/4)
    csvdata = csvread('output4-0.75.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/4波長)

elseif (dx == 1)
    csvdata = csvread('output4-1.0.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1波長)

elseif (dx == 5/4)
    csvdata = csvread('output4-1.25.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(5/4波長)

elseif (dx == 3/2)
    csvdata = csvread('output4-1.5.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/2波長)

else
    error('invalid dx');
end

rho = complex(csvdata(:, 2), csvdata(:, 3));

% 空間相関行列
P = [1 rho(1) rho(2) rho(3);
     conj(rho(1)) 1 rho(1) rho(2);
     conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1 rho(1);
     conj(rho(3)) conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1];
P = sqrtm(P);

```

```

% チャンネル容量と固有値・チャンネル容量平均値と固有値平均値
[Co, Cc, Ci, Co_ave, Cc_ave, lambda_o, lambda_c, lambda_i, lambda_o_ave, lambda_c_ave]
= calc_channel_capacity_eig(C, P, N);
% 各値の保存
save C_case4.mat Co Cc Ci Co_ave Cc_ave lambda_o_ave lambda_c_ave N
% 固有値のプロット
figure;
plot_lambda(lambda_o, lambda_c, lambda_i, N);
title('Case 4', 'FontSize', 14);
% チャンネル容量のプロット
figure;
plot_C(Co, Cc, Ci, N);
title('Case 4', 'FontSize', 14);
% ----- %
% ----- %
%% Case 5 ( $\theta_0 = 0^\circ$ ,  $\rho_0(\Delta x)$ )
% ----- %
theta = 0; % [deg]

% 相関係数

if (dx == 1/8)
    csvdata = csvread('output5-0.125.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(1/8波長)

elseif (dx == 1/4)
    csvdata = csvread('output5-0.25.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(1/4波長)

elseif (dx == 3/8)
    csvdata = csvread('output5-0.375.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(3/8波長)

elseif (dx == 1/2)
    csvdata = csvread('output5-0.5.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(1/2波長)

elseif (dx == 3/4)
    csvdata = csvread('output5-0.75.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(3/4波長)

elseif (dx == 1)
    csvdata = csvread('output5-1.0.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(1波長)

elseif (dx == 5/4)
    csvdata = csvread('output5-1.25.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(5/4波長)

elseif (dx == 3/2)
    csvdata = csvread('output5-1.5.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(3/2波長)

else
    error('invalid dx');
end

rho = complex(csvdata(:, 2), csvdata(:, 3));

% 空間相関行列
P = [1 rho(1) rho(2) rho(3)];

```

```

        conj(rho(1)) 1 rho(1) rho(2);
        conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1 rho(1);
        conj(rho(3)) conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1];
P = sqrtm(P);
% チャンネル容量と固有値・チャンネル容量平均値と固有値平均値
[Co, Cc, Ci, Co_ave, Cc_ave, lambda_o, lambda_c, lambda_i, lambda_o_ave, lambda_c_ave]
= calc_channel_capacity_eig(C, P, N);
% 各値の保存
save C_case5.mat Co Cc Ci Co_ave Cc_ave lambda_o_ave lambda_c_ave N
% 固有値のプロット
figure;
plot_lambda(lambda_o, lambda_c, lambda_i, N);
title('Case 5', 'FontSize', 14);
% チャンネル容量のプロット
figure;
plot_C(Co, Cc, Ci, N);
title('Case 5', 'FontSize', 14);
% ----- %

% ----- %
クロネッカーモデルの計算に必要なカップリング行列Cを算出する関数 (ohshima_C(dx))
% ----- %
% 相互結合量 算出関数
function C = ohshima_C(dx)

%% 初期パラメータ設定
% ----- %
theta=[0:0.5:360]; %角度間隔
m=4; %アンテナ数
ramda = 1.0;
f=zeros(m, length(theta));
% ----- %

%% 各素子間隔でreadするCSVデータと、アンテナ間隔距離の場合分け
if (dx == 1/8)

    x_1 = importdata('eight_one.csv');
    kx = [-3/16 -1/16 1/16 3/16]*2*pi;

elseif (dx == 1/4)

    x_1 = importdata('four_one.csv');
    kx=[-3/8 -1/8 1/8 3/8]*2*pi;

elseif (dx == 3/8)

    x_1 = importdata('eight_three.csv');
    kx=[-9/16 -3/16 3/16 9/16]*2*pi;

elseif (dx == 1/2)

    x_1 = importdata('two_one.csv');

```

```

    kx=[-3/4 -1/4 1/4 3/4]*2*pi;

elseif (dx == 3/4)

    x_1 = importdata('four_three.csv');
    kx=[-9/8 -3/8 3/8 9/8]*2*pi;

elseif (dx == 1/1)

    x_1 = importdata('one_one.csv');
    kx=[-3/2 -1/2 1/2 3/2]*2*pi;

elseif (dx == 5/4)

    x_1 = importdata('four_five.csv');
    kx=[-15/8 -5/8 5/8 15/8]*2*pi;

elseif (dx == 3/2)

    x_1 = importdata('two_three.csv');
    kx=[-9/4 -3/4 3/4 9/4]*2*pi;

else
    error('invalid dx');

end

size_data=size(x_1);
f_dash_dash=zeros(m, size_data(1,1));

f_dash_dash(1,:)=x_1(:,1)+1i*x_1(:,2);
f_dash_dash(2,:)=x_1(:,3)+1i*x_1(:,4);
f_dash_dash(3,:)=x_1(:,5)+1i*x_1(:,6);
f_dash_dash(4,:)=x_1(:,7)+1i*x_1(:,8);

theta_rad=theta*pi/180;
r=1;
g = 1.0;

% ----- %
for jj=1:m
    f(jj,:)=g.*exp(-1j.*kx(jj)).*sin(theta_rad);
end
% ----- %
%%カップリングがないとき (1.5λ) のアンテナパターン
% ----- %
x_2 = importdata('1.5.csv');

antenna1_2(1,:)=x_2(:,1)+1i*x_2(:,2);
antenna2_2(1,:)=x_2(:,3)+1i*x_2(:,4);
antenna3_2(1,:)=x_2(:,5)+1i*x_2(:,6);
antenna4_2(1,:)=x_2(:,7)+1i*x_2(:,8);
%% 正規化するための各素子の平均電圧 (1.5λ)
dB_1_3=mean((abs(antenna1_2).*abs(antenna1_2)));

```

```

dB_2_3=mean((abs(antenna2_2).*abs(antenna2_2)));
dB_3_3=mean((abs(antenna3_2).*abs(antenna3_2)));
dB_4_3=mean((abs(antenna4_2).*abs(antenna4_2)));
% ----- %

%% カップリング行列の算出

dB_average_2 = sqrt((dB_1_3 + dB_2_3 + dB_3_3 + dB_4_3)/4); %%F' を正規化する電圧（カ
ップリングおよび空間相関がないとき（ $1.5\lambda$ ）のアンテナパターンの電圧）

f_dash = f_dash_dash / dB_average_2; %%参考文献[2]の式(6)/電圧
%}

C = (f_dash*ctranspose(f))*inv(f*ctranspose(f)); %%参考文献[2]の式(10)（最小二
乗誤差）
end

% ----- %
各要素からチャネル特性Aを計算し，固有値と通信路容量を算出する関数
(calc_channel_capaticy_eig(C, P, N))
% ----- %
function [Co, Cc, Ci, Co_ave, Cc_ave, lambda_o, lambda_c, lambda_i, lambda_o_ave,
lambda_c_ave] = calc_channel_capaticy_eig(C, P, N)
%% 固有値と通信路容量の算出
%
% N: 固有値の数
%
% 固定値の設定
gamma = 10;
M = 4;
% 単位行列
I = eye(4);
% チャネル容量の初期化
Co = zeros(1, N);
%Cm = zeros(1, N);
Cc = zeros(1, N);
Ci = zeros(1, N);
% チャネル容量平均値の初期化(空間相関およびカップリングを考慮したデータと空間相関のみ
を考慮したデータ)
Co_ave = zeros(1, 1);
Cc_ave = zeros(1, 1);
% 固有値の初期化
lambda_o = zeros(4, N);
lambda_c = zeros(4, N);
lambda_i = zeros(4, N);
% 固有値平均値の初期化(空間相関およびカップリングを考慮したデータと空間相関のみを考慮
したデータ)
lambda_o_ave = zeros(1, 4);
lambda_c_ave = zeros(1, 4);

```

```

for i = 1:N
% ----- %
%% 乱数行列 G
% ----- %
G = (randn(4, 4) + 1i * randn(4, 4)) / sqrt(2);
% ----- %

% ----- %
%% 複素共役転置での計算
% ----- %
%カップリング行列
A_o = (C*(P*G))*ctranspose(C*(P*G));
%空間相関のみ（カップリングなし（カップリング行列が単位行列））の行列
A_c = ((P*G)*(ctranspose(P*G)));
% i. i. d.
A_i = G*ctranspose(G);
% ----- %

% ----- %
%% 通信路容量の算出
% ----- %
Co(i) = log2(abs(det(I + (gamma / M) * A_o)));
Cc(i) = log2(abs(det(I + (gamma / M) * A_c)));
Ci(i) = log2(abs(det(I + (gamma / M) * A_i)));
% ----- %

%% 通信路容量の平均値（空間相関とカップリング行列を考慮したデータと空間相関のみ
(Cc)を考慮したデータの平均値）
% ----- %
Co_ave = mean(Co);
Cc_ave = mean(Cc);
% ----- %

% ----- %
%% 固有値の算出
% ----- %
% 固有値
[~, Do] = eig(A_o);

[~, Dc] = eig(A_c);
[~, Di] = eig(A_i);
% 絶対値
Do = abs(Do);
Dc = abs(Dc);
Di = abs(Di);
% ----- %

% ----- %
%% 固有値の収集
% ----- %
% 固有値 λ 1 の収集
lambda_o(1, i) = Do(1, 1); %空間相関とカップリング
lambda_c(1, i) = Dc(1, 1); %空間相関のみ（カップリングなし（カップリング行列が単位
行列））の行列

```

```

lambda_i(1, i) = Di(1, 1); %i. i. d.
% 固有値 λ 2の収集
lambda_o(2, i) = Do(2, 2); %空間相関とカップリング
lambda_c(2, i) = Dc(2, 2); %空間相関のみ（カップリングなし（カップリング行列が単位
行列））の行列
lambda_i(2, i) = Di(2, 2); %i. i. d.
% 固有値 λ 3の収集
lambda_o(3, i) = Do(3, 3); %空間相関とカップリング
lambda_c(3, i) = Dc(3, 3); %空間相関のみ（カップリングなし（カップリング行列が単位
行列））の行列
lambda_i(3, i) = Di(3, 3); %i. i. d.
% 固有値 λ 4の収集
lambda_o(4, i) = Do(4, 4); %空間相関とカップリング
lambda_c(4, i) = Dc(4, 4); %空間相関のみ（カップリングなし（カップリング行列が単位
行列））の行列
lambda_i(4, i) = Di(4, 4); %i. i. d.
% ----- %
% ----- %
%% 固有値 λ 1～λ 4までを大きい順番に並び替える
% ----- %
lambda_o(:, i) = sort(lambda_o(:, i), 'descend'); %空間相関とカップリング
lambda_c(:, i) = sort(lambda_c(:, i), 'descend'); %空間相関のみ（カップリングなし（カ
ップリング行列が単位行列））の行列
lambda_i(:, i) = sort(lambda_i(:, i), 'descend'); %i. i. d.
% ----- %
%% 固有値の平均値（空間相関とカップリングを考慮した固有値と空間相関のみ(Cc)を考慮
した固有値の平均値）
% ----- %
lambda_o_ave(1, 1) = mean(lambda_o(1, :)); %第1固有値平均値（カップリングあり）
lambda_o_ave(1, 2) = mean(lambda_o(2, :)); %第2固有値平均値（カップリングあり）
lambda_o_ave(1, 3) = mean(lambda_o(3, :)); %第3固有値平均値（カップリングあり）
lambda_o_ave(1, 4) = mean(lambda_o(4, :)); %第4固有値平均値（カップリングあり）
lambda_c_ave(1, 1) = mean(lambda_c(1, :)); %第1固有値平均値（カップリングなし）
lambda_c_ave(1, 2) = mean(lambda_c(2, :)); %第2固有値平均値（カップリングなし）
lambda_c_ave(1, 3) = mean(lambda_c(3, :)); %第3固有値平均値（カップリングなし）
lambda_c_ave(1, 4) = mean(lambda_c(4, :)); %第4固有値平均値（カップリングなし）
% ----- %

end
end

```

C.2 RTO に出力される波形データを取得するためのプログラム

% RTOデータをPCに取得するためのプログラム

```
close all
clear all

% ----- %
%% パラメータ設定
% ----- %
% RTO 外部リファレンス
RTO_ref = 'INTernal'; % INTernal / EXTernal
% RTO 取得チャネル数
nRTO_ch = 4;
% 搬送波周波数 [Hz]
nCarrFreq = 40*1e6;
% サンプリングレート [Sa/s]
nSampRate = 100*1e3;
% サンプル数 [Sa]
nNofSamples = 1*1e6;
% 相対帯域幅
nRelativeBW = 0.6;
% matファイル名
fname = 'RTO_data_3_8_case1.mat';
% ----- %

% ----- %
%% データ取得
% ----- %
% RTO からのデータ取得
[RTO_data] = get_RTO_IQ(RTO_ref, nCarrFreq, nSampRate, nNofSamples, nRelativeBW,
uint8(nRTO_ch));
save(fname);
% ----- %
% ----- 関数get_RTO_IQ ----- %
% ----- %

function [RTO_data] = get_RTO_IQ(RTO_ref, nCarrFreq, nSampRate, nNofSamples,
nRelativeBW, nRTO_ch)

% ----- %
%% パラメータ設定
% ----- %
% RTO IP アドレス
RTO_IP = '192.168.7.228';
% IQモード設定
sInputType = 'REAL';
sInputMode = 'RFIF';
sSideband = 'NORMaI';
sDataForm = 'REAL, 32';
sBinFormStr = 'float';
% ----- %
```



```

% ----- %
%% エラーチェック
% ----- %
if ~isinteger(nRTO_ch) && ~(nRTO_ch >= 1) && ~(nRTO_ch <= 4)
    error('Invalid Parameter: nRTO_ch');
end
% ----- %

% ----- %
%% 接続開始
% ----- %
% VISA アドレス
RTO_VISA_resource = ['TCPIP::', RTO_IP, '::INSTR'];
disp(['get_RTO_IQ: VISA Resource: ', RTO_VISA_resource]);
% VISA 接続開始
RTO = visa('ni', RTO_VISA_resource);
% バッファサイズの設定
RTO.InputBufferSize = 20e6;
% 端末接続
fopen(RTO);
% 接続テスト
fprintf(RTO, '*IDN?');
RTO_IDN = fscanf(RTO);
RTO_IDN = strtrim(RTO_IDN);
disp(['get_RTO_IQ: *IDN?: ', RTO_IDN]);
% ----- %
% ----- %
%% RTO セットアップ
% ----- %
% リモートモード
fprintf(RTO, 'SYST:DISP:UPD ON');
% プリセットとリモートモードの開始
fprintf(RTO, '*RST; *OPC?');
[~] = fscanf(RTO);
% マルチチャンネル
for RTO_chNo = 2:nRTO_ch
    fprintf(RTO, ['CHANnel', int2str(RTO_chNo), ':STATe ON']);
end
% カップリングを 50 [Ω] に設定
for RTO_chNo = 1:nRTO_ch
    fprintf(RTO, ['CHANnel', int2str(RTO_chNo), ':COUP DC']);
end
% オートスケール
fprintf(RTO, 'AUToscale; *OPC?');
[~] = fscanf(RTO);
% IQ モードの開始
fprintf(RTO, 'IQ:STATe ON; *OPC?');
[~] = fscanf(RTO);
% シングルスイープモード
fprintf(RTO, 'STOP');
% 各チャンネルの設定
for RTO_chNo = 1:nRTO_ch
    % インプットタイプとインプットモード

```

```

fprintf(RT0, ['CHANnel', int2str(RT0_chNo), ':IQ:INPType ', sInputType]);
fprintf(RT0, ['CHANnel', int2str(RT0_chNo), ':IQ:INPMode ', sInputMode]);
% ノーマルサイドバンド
fprintf(RT0, ['CHANnel', int2str(RT0_chNo), ':IQ:SBRF ', sSideband]);
% 搬送波中心周波数
fprintf(RT0, ['CHANnel', int2str(RT0_chNo), ':IQ:CFrequency ',
num2str(nCarrFreq)]);
end
% サンプリングレート
fprintf(RT0, ['IQ:SRATe ', num2str(nSampRate)]);
% 相対帯域幅
fprintf(RT0, ['IQ:RBWidth ', num2str(nRelativeBW)]);
% サンプル数
fprintf(RT0, ['IQ:RLEN ', num2str(nNofSamples)]);
% トリガーを外部に設定
fprintf(RT0, 'TRIGger1:SOURce EXTErnanaLog');
% 外部トリガーを 1 [V] で判定
fprintf(RT0, 'TRIGger1:LEVel5 1');
% 外部トリガーのカップリングを 50 [ $\Omega$ ] に設定
fprintf(RT0, 'TRIGger1:ANEDge:COUPling DC');
% 外部リファレンス信号
fprintf(RT0, ['SENSe:SOURce ', RT0_ref]);
% ----- %
% ----- %
%% RT0 データ取得
% ----- %
% データフォーマット
fprintf(RT0, ['FORM ', sDataForm]);
% シングルスイープモードによる実行
disp('get_RT0_IQ: データ取得開始');
pause_time = nNofSamples/nSampRate + 5.0;
fprintf('get_RT0_IQ: 待機時間: %.2f [s] \n', pause_time);
fprintf(RT0, 'RUNSingle: *OPC?');
pause(pause_time);
[~] = fscanf(RT0);
disp('get_RT0_IQ: データ取得終了');
% データの転送
disp('get_RT0_IQ: データ転送開始');
for RT0_chNo = 1:nRT0_ch
    % IQデータ信号の取得
    fprintf(RT0, ['CHAN', int2str(RT0_chNo), ':IQ:DATA:VALues?']);
    % スタートインジケータのフォーマット確認
    sStartIndicator = fread(RT0, 1, 'char');
    if sStartIndicator ~= '#'
        error('Invalid StartIndicator');
    end
    % ブロック数の算出
    nLengthOfLengthfield = fread(RT0, 1, 'char');
    nLengthOfLengthfield = str2double(char(nLengthOfLengthfield));
    nBlockLength = fread(RT0, nLengthOfLengthfield, 'char');
    nBlockLength = str2double(char(nBlockLength))/4;
    % データの取得
    data = fread(RT0, nBlockLength, sBinFormStr);
    [~] = fread(RT0, 1, 'char');

```

```

data = data(1:2:end) + 1i*data(2:2:end);
% データの初期化
if RT0_chNo == 1
    RT0_data = zeros(nRT0_ch, length(data));
end
% データの代入
RT0_data(RT0_chNo, :) = data;
end
disp(' get_RT0_IQ: データ転送終了');
% ----- %
%% 切断
% ----- %
fclose(RT0);
delete(RT0);
% ----- %
end

```

C.3 RTO から取得したデータを解析し, 通信路容量と固有値を求めるプログラム

```

% ----- %
% 1/1 λ のみ適用
% ----- %

close all
clear all

% ----- %
%% 変数
% ----- %
% 固有値の数
N = 1e4;
% matファイル名 (FEデータの作成)
fname = 'RT0_data_1_1_case1.mat';
%fname2 = 'RT0_data_1_8_case1.mat';
Case = 1;
load(fname, 'RT0_data');
x = RT0_data;
% 距離
rambda = 1;
dx = 1/1 * rambda;
% 固有値の算出における角度の標準偏差
sigma_theta = 20; % [deg]
% シミュレーションデータのチャンネル容量平均値
Co_ave = zeros(1, 1);
% シミュレーションデータ固有値の平均値
lambda_o_ave = zeros(4, 1);
% FEデータ通信路容量平均値
CC_FE_ave = zeros(1, 1);
% FEデータ固有値平均値
lambda_data_ave = zeros(4, 1);

% ----- %

```

```

% ----- %
%% 変数の算出
% ----- %
% 単位行列
I = eye(4);
% 相互結合量
C = ohshima_C(dx);
% ----- %

% ----- %
%% Sパラメータから相互結合量の算出
% ----- %
% 補正係数
alpha = 1/2;
% インピーダンス
impedance = 50; % 50 [ $\Omega$ ]
% ----- %

if (Case == 1)
% ----- %
% 空間相関行列 (Jakesモデル)
% ----- %
% 波数
k = 2*pi/lambda;
csvdata = csvread('output.csv'); % 相関係数 ( $\rho_0(\Delta x)$ )
rho = complex(csvdata(:,2), csvdata(:,3));

P = [1 besselj(0, k*dx) besselj(0, 2*k*dx) besselj(0, 3*k*dx);
     besselj(0, k*dx) 1 besselj(0, k*dx) besselj(0, 2*k*dx);
     besselj(0, 2*k*dx) besselj(0, k*dx) 1 besselj(0, k*dx);
     besselj(0, 3*k*dx) besselj(0, 2*k*dx) besselj(0, k*dx) 1];
P = sqrtm(P);
% ----- %
% ----- %

% ----- %
elseif (Case == 2)
% ----- %
%% Case2 ( $\theta_0 = 90^\circ$ ,  $\rho_1(\Delta x)$ )
% ----- %
theta = 90; % [deg]
% 相関係数
if (dx == 1/8)
    csvdata = csvread('output2-0.125.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/8波長)
elseif (dx == 1/4)
    csvdata = csvread('output2-0.25.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/4波長)
elseif (dx == 3/8)
    csvdata = csvread('output2-0.375.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/8波長)
elseif (dx == 1/2)
    csvdata = csvread('output2-0.5.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/2波長)
elseif (dx == 3/4)
    csvdata = csvread('output2-0.75.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/4波長)
elseif (dx == 1/1)

```

```

        csvdata = csvread('output2-1.0.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/1波長)
elseif (dx == 5/4)
    csvdata = csvread('output2-1.25.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(5/4波長)
elseif (dx == 3/2)
    csvdata = csvread('output2-1.5.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/2波長)
else
    error('invalid dx');
end

rho = complex(csvdata(:,2), csvdata(:,3));

% 空間相関行列
P = [1 rho(1) rho(2) rho(3);
     conj(rho(1)) 1 rho(1) rho(2);
     conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1 rho(1);
     conj(rho(3)) conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1];
P = sqrtm(P);

% ----- %
elseif (Case == 3)
% ----- %
%% Case3 ( $\theta_0 = 45^\circ$  ,  $\rho_1(\Delta x)$ )
% ----- %
theta = 45; % [deg]

% 相関係数
if (dx == 1/8)
    csvdata = csvread('output3-0.125.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/8波長)
elseif (dx == 1/4)
    csvdata = csvread('output3-0.25.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/4波長)
elseif (dx == 3/8)
    csvdata = csvread('output3-0.375.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/8波長)
elseif (dx == 1/2)
    csvdata = csvread('output3-0.5.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/2波長)
elseif (dx == 3/4)
    csvdata = csvread('output3-0.75.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/4波長)
elseif (dx == 1)
    csvdata = csvread('output3-1.0.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/1波長)
elseif (dx == 5/4)
    csvdata = csvread('output3-1.25.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(5/4波長)
elseif (dx == 3/2)
    csvdata = csvread('output3-1.5.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/2波長)
else
    error('invalid dx');
end

rho = complex(csvdata(:,2), csvdata(:,3));

% 空間相関行列
P = [1 rho(1) rho(2) rho(3);
     conj(rho(1)) 1 rho(1) rho(2);
     conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1 rho(1);
     conj(rho(3)) conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1];
P = sqrtm(P);

```

```

% ----- %
elseif (Case == 4)
% ----- %
%% Case4 ( $\theta_0 = 30^\circ$  ,  $\rho_1(\Delta x)$ )
% ----- %
theta = 30; % [deg]

% 相関係数
if (dx == 1/8)
    csvdata = csvread('output4-0.125.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/8波長)
elseif (dx == 1/4)
    csvdata = csvread('output4-0.25.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/4波長)
elseif (dx == 3/8)
    csvdata = csvread('output4-0.375.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/8波長)
elseif (dx == 1/2)
    csvdata = csvread('output4-0.5.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/2波長)
elseif (dx == 3/4)
    csvdata = csvread('output4-0.75.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/4波長)
elseif (dx == 1)
    csvdata = csvread('output4-1.0.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1波長)
elseif (dx == 5/4)
    csvdata = csvread('output4-1.25.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(5/4波長)
elseif (dx == 3/2)
    csvdata = csvread('output4-1.5.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/2波長)
else
    error('invalid dx');
end

rho = complex(csvdata(:,2), csvdata(:,3));

% 空間相関行列
P = [1 rho(1) rho(2) rho(3);
     conj(rho(1)) 1 rho(1) rho(2);
     conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1 rho(1);
     conj(rho(3)) conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1];
P = sqrtm(P);

% ----- %
elseif (Case == 5)
% ----- %
%% Case 5 ( $\theta_0 = 0^\circ$  ,  $\rho_0(\Delta x)$ )
% ----- %
theta = 0; % [deg]

% 相関係数
if (dx == 1/8)
    csvdata = csvread('output5-0.125.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(1/8波長)
elseif (dx == 1/4)
    csvdata = csvread('output5-0.25.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(1/4波長)
elseif (dx == 3/8)
    csvdata = csvread('output5-0.375.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(3/8波長)
elseif (dx == 1/2)
    csvdata = csvread('output5-0.5.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(1/2波長)
elseif (dx == 3/4)

```

```

        csvdata = csvread('output5-0.75.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(3/4波長)
elseif (dx == 1/1)
    csvdata = csvread('output5-1.0.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(1/1波長)
elseif (dx == 5/4)
    csvdata = csvread('output5-1.25.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(5/4波長)
elseif (dx == 3/2)
    csvdata = csvread('output5-1.5.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(3/2波長)
else
    error('invalid dx');
end

rho = complex(csvdata(:,2), csvdata(:,3));

% 空間相関行列
P = [1 rho(1) rho(2) rho(3);
     conj(rho(1)) 1 rho(1) rho(2);
     conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1 rho(1);
     conj(rho(3)) conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1];
P = sqrtm(P);

% ----- %
else error('invalid dx');
end
% ----- %
%% (FEデータ以外の)固有値データの算出
% ----- %
[Co, Cc, Ci, lambda_o, A_o_ave, lambda_o_ave, lambda_i] = calc_channel_capaticy_eig(C,
P, N);
% ----- %
%% FEデータの固有値計算
% ----- %
N_FE = floor(length(x) / 4); %100万個のサンプル数を4分割
A = zeros(4, 4, N_FE); %チャンネル行列
lambda_data = zeros(4, N_FE); %FE用の固有値の列ベクトル

% 値の抽出
for k = 1:N_FE
    A(:, 1, k) = x(:, k);
    A(:, 2, k) = x(:, k+N_FE);
    A(:, 3, k) = x(:, k+(2*N_FE));
    A(:, 4, k) = x(:, k+(3*N_FE));

    % FEデータ通信路容量の算出
    CC_FE(k) = log2(abs(det(I + (10 / 4) * (A(:, :, k)*ctranspose(A(:, :, k))))));
end

% 正規化用の値を算出
A_ave1 = mean(A(1, 1, :));
A_ave2 = mean(A(2, 2, :));
A_ave3 = mean(A(3, 3, :));
A_ave4 = mean(A(4, 4, :));
epsilon = (A_o_ave(1, 1) + A_o_ave(2, 2) + A_o_ave(3, 3) + A_o_ave(4, 4)) / (A_ave1 + A_ave2
+ A_ave3 + A_ave4);

```

```

% 相関行列の算出
for k = 1:N_FE
    [~, lambda] = eig(A(:, :, k) * ctranspose(A(:, :, k)) * epsilon);
    [~, lambda] = eig(A(:, :, k) * ctranspose(A(:, :, k)));

    % 固有値の収集
    lambda_data(1, k) = abs(lambda(1, 1));
    lambda_data(2, k) = abs(lambda(2, 2));
    lambda_data(3, k) = abs(lambda(3, 3));
    lambda_data(4, k) = abs(lambda(4, 4));
    % 収集した固有値を大きい順にソート
    lambda_data(:, k) = sort(lambda_data(:, k), 'descend');
end

% FEデータの平均固有値（第1固有値）の算出
lambda_data_ave = lambda_data(1, N_FE/2);

%%固有値累積分布の理論式

% read F1
M = csvread('theory_F1.csv');
x_F1 = M(:, 1);
F1 = M(:, 2);

% read F2
M = csvread('theory_F2.csv');
x_F2 = M(:, 1);
F2 = M(:, 2);

% read F3
M = csvread('theory_F3.csv');
x_F3 = M(:, 1);
F3 = M(:, 2);

% read F4
M = csvread('theory_F4.csv');
x_F4 = M(:, 1);
F4 = M(:, 2);

% i. i. d. 理論値の中間値（真ん中の値）
sort_theory = sort(x_F1);
lambda_iid_ave = sort_theory(123);

% 固有値のプロット（i. i. d. シミュレーション値）
figure;
plot_lambda(lambda_o, lambda_m, lambda_i, lambda_data, N, N_FE);
plot_lambda(lambda_o, lambda_o_ave, lambda_i, lambda_data, lambda_data_ave, N, N_FE);
title('固有値のプロット（i. i. d. シミュレーション値）');

% ----- %
%% 固有値のプロット(i. i. d. 理論値との比較)
% ----- %
% 縦軸の設定
y = linspace(0, 1, N); % シミュレーションデータ

```



```

y_FE = linspace(0, 1, N_FE); % FEデータ
% 横軸のソート
for k=1:4
    lambda_o(k, :) = sort(lambda_o(k, :));
    lambda_data(k, :) = sort(lambda_data(k, :));
end
% 中間値の算出 (i. i. d)
 [~, Index_F1c] = min(abs(F1-0.5));
 [~, Index_F2c] = min(abs(F2-0.5));
 [~, Index_F3c] = min(abs(F3-0.5));
 [~, Index_F4c] = min(abs(F4-0.5));
F1c = x_F1(Index_F1c);
F2c = x_F2(Index_F2c);
F3c = x_F3(Index_F3c);
F4c = x_F4(Index_F4c);
% 中間値の算出 (シミュレーションデータ)
lambda_o_1c = lambda_o(1, N/2);
lambda_o_2c = lambda_o(2, N/2);
lambda_o_3c = lambda_o(3, N/2);
lambda_o_4c = lambda_o(4, N/2);
% 中間値の算出 (FEデータ)
lambda_data_1c = lambda_data(1, N_FE/2);
lambda_data_2c = lambda_data(2, N_FE/2);
lambda_data_3c = lambda_data(3, N_FE/2);
lambda_data_4c = lambda_data(4, N_FE/2);
% シミュレーションデータの正規化
lambda_o(1, :) = lambda_o(1, :) * F1c/lambda_o_1c;
lambda_o(2, :) = lambda_o(2, :) * F1c/lambda_o_1c;
lambda_o(3, :) = lambda_o(3, :) * F1c/lambda_o_1c;
lambda_o(4, :) = lambda_o(4, :) * F1c/lambda_o_1c;
% FEデータの正規化
lambda_data(1, :) = lambda_data(1, :) * F1c/lambda_data_1c;
lambda_data(2, :) = lambda_data(2, :) * F1c/lambda_data_1c;
lambda_data(3, :) = lambda_data(3, :) * F1c/lambda_data_1c;
lambda_data(4, :) = lambda_data(4, :) * F1c/lambda_data_1c;
% プロット
figure;
loglog( ...
    sort(lambda_o(1, :)), y, 'r', ...
    x_F1, F1, 'b', ...
    sort(lambda_data(1, :)), y_FE, 'k', ...
    sort(lambda_o(2, :)), y, 'r', ...
    x_F2, F2, 'b', ...
    sort(lambda_data(2, :)), y_FE, 'k', ...
    sort(lambda_o(3, :)), y, 'r', ...
    x_F3, F3, 'b', ...
    sort(lambda_data(3, :)), y_FE, 'k', ...
    sort(lambda_o(4, :)), y, 'r', ...
    x_F4, F4, 'b', ...
    sort(lambda_data(4, :)), y_FE, 'k');
xlabel('固有値  $\lambda$ ');
ylabel('固有値  $\lambda$  の累積分布CDF');

xlim([1e-10, 1e2]);

```

```

ylim([1e-4, 1e0]);
grid on
legend('シミュレーションデータ', 'i.i.d.理論値', 'FEデータ', 'Location','northwest');
title('固有値のプロット (i.i.d.理論値との比較)');
% ----- %
% ----- %
%% シミュレーションデータのチャネル容量計算(平均)
% ----- %
Co = sort(Co); % 求めたチャネル容量をソート
Co_ave = median(Co); % シミュレーションデータの間接値を抽出
epsilon_o_CC = 16.1951 / Co_ave; %シミュレーション通信路容量正規化の値 (他の波長で
使う)
Co = Co * (16.1951 / Co_ave); % 正規化
Co_ave = mean(Co); % シミュレーションデータの平均値を抽出
% ----- %
%% FEデータ通信路容量平均値
CC_FE = sort(CC_FE); % 求めたチャネル容量をソート
CC_FE_ave = median(CC_FE); % FEデータの間接値を抽出
epsilon_FE_CC = 16.1951 / CC_FE_ave; %FEデータ通信路容量正規化の値 (他の波長で使う)
CC_FE = CC_FE * (16.1951 / CC_FE_ave); % 正規化
CC_FE_ave = mean(CC_FE); % FEデータの平均値を抽出
% ----- %
%% シミュレーションデータの平均固有値
% ----- %
lambda_o_ave(1,1) = mean(lambda_o(1,:)); % 第1固有値
lambda_o_ave(2,1) = mean(lambda_o(2,:)); % 第2固有値
lambda_o_ave(3,1) = mean(lambda_o(3,:)); % 第3固有値
lambda_o_ave(4,1) = mean(lambda_o(4,:)); % 第4固有値
% ----- %
% ----- %
%% FEデータの平均固有値
% ----- %
lambda_data_ave(1,1) = mean(lambda_data(1,:)); % 第1固有値
lambda_data_ave(2,1) = mean(lambda_data(2,:)); % 第2固有値
lambda_data_ave(3,1) = mean(lambda_data(3,:)); % 第3固有値
lambda_data_ave(4,1) = mean(lambda_data(4,:)); % 第4固有値
% ----- %
end

```

```

% ----- %
%                                     1/8, 1/4, 3/8, 1/2にのみ適用
% ----- %

close all
clear all

% ----- %
%% 変数
% ----- %
% 固有値の数
N = 1e4;
% matファイル名 (FEデータの作成)
fname = 'RT0_data_3_8_case1.mat';
Case = 1;
load(fname, 'RT0_data');
x = RT0_data;
% 距離
rambda = 1;
dx = 3/8 * rambda;
% 固有値の算出における角度の標準偏差
sigma_theta = 20; % [deg]
% シミュレーションデータのチャンネル容量平均値
Co_ave = zeros(1, 1);
% シミュレーションデータ固有値の平均値
lambda_o_ave = zeros(4, 1);
% FEデータ通信路容量平均値
CC_FE_ave = zeros(1, 1);
% FEデータ固有値平均値
lambda_data_ave = zeros(4, 1);

% ----- %

% ----- %
%% 変数の算出
% ----- %
% 単位行列
I = eye(4);
% 相互結合量
C = ohshima_C(dx);
% ----- %

% ----- %
%% Sパラメータから相互結合量の算出
% ----- %
% 補正係数
alpha = 1/2;
% インピーダンス
impedance = 50; % 50 [ $\Omega$ ]
% ----- %
if (Case == 1)
% ----- %
% 空間相関行列 (Jakesモデル)
% ----- %

```

```

% 波数
k = 2*pi/lambda;
csvdata = csvread('output.csv'); %相関係数( $\rho_0(\Delta x)$ )
rho = complex(csvdata(:,2), csvdata(:,3));
P = [1 besseli(0, k*dx) besseli(0, 2*k*dx) besseli(0, 3*k*dx);
     besseli(0, k*dx) 1 besseli(0, k*dx) besseli(0, 2*k*dx);
     besseli(0, 2*k*dx) besseli(0, k*dx) 1 besseli(0, k*dx);
     besseli(0, 3*k*dx) besseli(0, 2*k*dx) besseli(0, k*dx) 1];
P = sqrtm(P);
% ----- %
% ----- %
elseif (Case == 2)
% ----- %
%% Case2 ( $\theta_0 = 90^\circ$ ,  $\rho_1(\Delta x)$ )
% ----- %
theta = 90; % [deg]
% 相関係数
if (dx == 1/8)
    csvdata = csvread('output2-0.125.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/8波長)
elseif (dx == 1/4)
    csvdata = csvread('output2-0.25.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/4波長)
elseif (dx == 3/8)
    csvdata = csvread('output2-0.375.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/8波長)
elseif (dx == 1/2)
    csvdata = csvread('output2-0.5.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1/2波長)
elseif (dx == 3/4)
    csvdata = csvread('output2-0.75.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/4波長)
elseif (dx == 1)
    csvdata = csvread('output2-1.0.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(1波長)
elseif (dx == 5/4)
    csvdata = csvread('output2-1.25.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(5/4波長)
elseif (dx == 3/2)
    csvdata = csvread('output2-1.5.csv'); %  $\theta_0=90^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)$ _(3/2波長)
else
    error('invalid dx');
end

rho = complex(csvdata(:,2), csvdata(:,3));

% 空間相関行列
P = [1 rho(1) rho(2) rho(3);
     conj(rho(1)) 1 rho(1) rho(2);
     conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1 rho(1);
     conj(rho(3)) conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1];
P = sqrtm(P);
% ----- %
elseif (Case == 3)
% ----- %
%% Case3 ( $\theta_0 = 45^\circ$ ,  $\rho_1(\Delta x)$ )
% ----- %
theta = 45; % [deg]

```

```

% 相関係数
if (dx == 1/8)
    csvdata = csvread('output3-0.125.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)_{(1/8\text{波長})}$ 
elseif (dx == 1/4)
    csvdata = csvread('output3-0.25.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)_{(1/4\text{波長})}$ 
elseif (dx == 3/8)
    csvdata = csvread('output3-0.375.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)_{(3/8\text{波長})}$ 
elseif (dx == 1/2)
    csvdata = csvread('output3-0.5.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)_{(1/2\text{波長})}$ 
elseif (dx == 3/4)
    csvdata = csvread('output3-0.75.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)_{(3/4\text{波長})}$ 
elseif (dx == 1)
    csvdata = csvread('output3-1.0.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)_{(1\text{波長})}$ 
elseif (dx == 5/4)
    csvdata = csvread('output3-1.25.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)_{(5/4\text{波長})}$ 
elseif (dx == 3/2)
    csvdata = csvread('output3-1.5.csv'); %  $\theta_0=45^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)_{(3/2\text{波長})}$ 
else
    error('invalid dx');
end

rho = complex(csvdata(:,2), csvdata(:,3));

% 空間相関行列
P = [1 rho(1) rho(2) rho(3);
     conj(rho(1)) 1 rho(1) rho(2);
     conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1 rho(1);
     conj(rho(3)) conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1];
P = sqrtm(P);
% ----- %
elseif (Case == 4)
% ----- %
%% Case4 ( $\theta_0 = 30^\circ$  ,  $\rho_1(\Delta x)$ )
% ----- %
theta = 30; % [deg]

% 相関係数
if (dx == 1/8)
    csvdata = csvread('output4-0.125.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)_{(1/8\text{波長})}$ 
elseif (dx == 1/4)
    csvdata = csvread('output4-0.25.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)_{(1/4\text{波長})}$ 
elseif (dx == 3/8)
    csvdata = csvread('output4-0.375.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)_{(3/8\text{波長})}$ 
elseif (dx == 1/2)
    csvdata = csvread('output4-0.5.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)_{(1/2\text{波長})}$ 
elseif (dx == 3/4)
    csvdata = csvread('output4-0.75.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)_{(3/4\text{波長})}$ 
elseif (dx == 1)
    csvdata = csvread('output4-1.0.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)_{(1\text{波長})}$ 
elseif (dx == 5/4)
    csvdata = csvread('output4-1.25.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)_{(5/4\text{波長})}$ 
elseif (dx == 3/2)
    csvdata = csvread('output4-1.5.csv'); %  $\theta_0=30^\circ$  のときの  $\rho_1(\Delta x)_{(3/2\text{波長})}$ 
else

```

```

        error('invalid dx');
end

rho = complex(csvdata(:,2), csvdata(:,3));

% 空間相関行列
P = [1 rho(1) rho(2) rho(3);
     conj(rho(1)) 1 rho(1) rho(2);
     conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1 rho(1);
     conj(rho(3)) conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1];
P = sqrtm(P);

% ----- %
elseif (Case == 5)
% ----- %
%% Case 5 ( $\theta_0 = 0^\circ$ ,  $\rho_0(\Delta x)$ )
% ----- %
theta = 0; % [deg]

% 相関係数
if (dx == 1/8)
    csvdata = csvread('output5-0.125.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(1/8波長)
elseif (dx == 1/4)
    csvdata = csvread('output5-0.25.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(1/4波長)
elseif (dx == 3/8)
    csvdata = csvread('output5-0.375.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(3/8波長)
elseif (dx == 1/2)
    csvdata = csvread('output5-0.5.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(1/2波長)
elseif (dx == 3/4)
    csvdata = csvread('output5-0.75.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(3/4波長)
elseif (dx == 1)
    csvdata = csvread('output5-1.0.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(1波長)
elseif (dx == 5/4)
    csvdata = csvread('output5-1.25.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(5/4波長)
elseif (dx == 3/2)
    csvdata = csvread('output5-1.5.csv'); %  $\theta_0=0^\circ$  のときの  $\rho_0(\Delta x)$ _(3/2波長)
else
    error('invalid dx');
end

rho = complex(csvdata(:,2), csvdata(:,3));

% 空間相関行列
P = [1 rho(1) rho(2) rho(3);
     conj(rho(1)) 1 rho(1) rho(2);
     conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1 rho(1);
     conj(rho(3)) conj(rho(2)) conj(rho(1)) 1];
P = sqrtm(P);

% ----- %
else error('invalid dx');
end

% ----- %

```

```

%% (FEデータ以外の)固有値データの算出
% ----- %
[Co, Cc, Ci, lambda_o, A_o_ave, lambda_o_ave, lambda_i] = calc_channel_capacity_eig(C,
P, N);
% ----- %
%% FEデータの固有値計算
% ----- %
N_FE = floor(length(x) / 4); %100万個のサンプル数を4分割
A = zeros(4, 4, N_FE); %チャネル行列
lambda_data = zeros(4, N_FE); %FE用の固有値の列ベクトル

% 値の抽出
for k = 1:N_FE
    A(:, 1, k) = x(:, k);
    A(:, 2, k) = x(:, k+N_FE);
    A(:, 3, k) = x(:, k+(2*N_FE));
    A(:, 4, k) = x(:, k+(3*N_FE));

    % FEデータ通信路容量の算出
    CC_FE(k) = log2(abs(det(I + (10 / 4) * (A(:, :, k)*ctranspose(A(:, :, k))))));
end

% 正規化用の値を算出
A_ave1 = mean(A(1, 1, :));
A_ave2 = mean(A(2, 2, :));
A_ave3 = mean(A(3, 3, :));
A_ave4 = mean(A(4, 4, :));
epsilon = (A_o_ave(1, 1) + A_o_ave(2, 2) + A_o_ave(3, 3) + A_o_ave(4, 4)) / (A_ave1 + A_ave2
+ A_ave3 + A_ave4);

% 相関行列の算出
for k = 1:N_FE
    [~, lambda] = eig(A(:, :, k) * ctranspose(A(:, :, k)));

    % 固有値の収集
    lambda_data(1, k) = abs(lambda(1, 1));
    lambda_data(2, k) = abs(lambda(2, 2));
    lambda_data(3, k) = abs(lambda(3, 3));
    lambda_data(4, k) = abs(lambda(4, 4));
    % 収集した固有値を大きい順にソート
    lambda_data(:, k) = sort(lambda_data(:, k), 'descend');
end

% FEデータの平均固有値（第1固有値）の算出
lambda_data_ave = lambda_data(1, N_FE/2);

%%固有値累積分布の理論式

% read F1
M = csvread('theory_F1.csv');
x_F1 = M(:, 1);
F1 = M(:, 2);

% read F2

```

```

M = csvread('theory_F2.csv');
x_F2 = M(:,1);
F2    = M(:,2);

% read F3
M = csvread('theory_F3.csv');
x_F3 = M(:,1);
F3    = M(:,2);

% read F4
M = csvread('theory_F4.csv');
x_F4 = M(:,1);
F4    = M(:,2);

% i. i. d. 理論値の中間値（真ん中の値）
sort_theory = sort(x_F1);
lambda_iid_ave = sort_theory(123);

% 固有値のプロット（i. i. d. シミュレーション値）
figure;
plot_lambda(lambda_o, lambda_o_ave, lambda_i, lambda_data, lambda_data_ave, N, N_FE);
title('固有値のプロット（i. i. d. シミュレーション値）');

% ----- %
%% 固有値のプロット(i. i. d. 理論値との比較)
% ----- %
% 縦軸の設定
y = linspace(0,1,N); % シミュレーションデータ
y_FE = linspace(0,1,N_FE); % FEデータ
% 横軸のソート
for k=1:4
    lambda_o(k,:) = sort(lambda_o(k,:));
    lambda_data(k,:) = sort(lambda_data(k,:));
end
% 中間値の算出（i. i. d）
[~, Index_F1c] = min(abs(F1-0.5));
[~, Index_F2c] = min(abs(F2-0.5));
[~, Index_F3c] = min(abs(F3-0.5));
[~, Index_F4c] = min(abs(F4-0.5));
F1c = x_F1(Index_F1c);
F2c = x_F2(Index_F2c);
F3c = x_F3(Index_F3c);
F4c = x_F4(Index_F4c);
% 中間値の算出（シミュレーションデータ）
lambda_o_1c = lambda_o(1, N/2);
lambda_o_2c = lambda_o(2, N/2);
lambda_o_3c = lambda_o(3, N/2);
lambda_o_4c = lambda_o(4, N/2);
% 中間値の算出（FEデータ）
lambda_data_1c = lambda_data(1, N_FE/2);
lambda_data_2c = lambda_data(2, N_FE/2);
lambda_data_3c = lambda_data(3, N_FE/2);
lambda_data_4c = lambda_data(4, N_FE/2);
% 中間値の算出(1/8, 1/4, 3/8, 1/2にのみ適用)

```



```

epsilon_o = 1.0157; % シミュレーションデータ
epsilon_FE = 1.3132e+06; % FEデータ

% シミュレーションデータの正規化
lambda_o(1, :) = lambda_o(1, :) * epsilon_o;
lambda_o(2, :) = lambda_o(2, :) * epsilon_o;
lambda_o(3, :) = lambda_o(3, :) * epsilon_o;
lambda_o(4, :) = lambda_o(4, :) * epsilon_o;
% FEデータの正規化
lambda_data(1, :) = lambda_data(1, :) * epsilon_FE;
lambda_data(2, :) = lambda_data(2, :) * epsilon_FE;
lambda_data(3, :) = lambda_data(3, :) * epsilon_FE;
lambda_data(4, :) = lambda_data(4, :) * epsilon_FE;
% プロット
figure;
loglog( ...
    sort(lambda_o(1, :)), y, 'r', ...
    x_F1, F1, 'b', ...
    sort(lambda_data(1, :)), y_FE, 'k', ...
    sort(lambda_o(2, :)), y, 'r', ...
    x_F2, F2, 'b', ...
    sort(lambda_data(2, :)), y_FE, 'k', ...
    sort(lambda_o(3, :)), y, 'r', ...
    x_F3, F3, 'b', ...
    sort(lambda_data(3, :)), y_FE, 'k', ...
    sort(lambda_o(4, :)), y, 'r', ...
    x_F4, F4, 'b', ...
    sort(lambda_data(4, :)), y_FE, 'k');
xlabel('固有値λ');
ylabel('固有値λの累積分布CDF');

xlim([1e-10, 1e2]);
ylim([1e-4, 1e0]);
grid on;
legend('シミュレーションデータ', 'i.i.d. 理論値', 'FEデータ', 'Location', 'northwest');
title('固有値のプロット (i.i.d. 理論値との比較)');

% ----- %
epsilon_o_CC = 2.1424; %シミュレーション通信路容量正規化の値
epsilon_FE_CC = 2.3637e+06; %FEデータ通信路容量正規化の値

%% シミュレーションデータのチャネル容量計算(平均)
% ----- %
Co = sort(Co); % 求めたチャネル容量をソート
Co = Co * epsilon_o_CC; % 正規化
Co_ave = mean(Co); % シミュレーションデータの平均値を抽出
% ----- %
%% FEデータ通信路容量平均値
CC_FE = sort(CC_FE); % 求めたチャネル容量をソート
CC_FE = CC_FE * epsilon_FE_CC; % 正規化
CC_FE_ave = mean(CC_FE); % FEデータの平均値を抽出
% ----- %
%% シミュレーションデータの平均固有値
% ----- %

```

```

lambda_o_ave(1, 1) = mean(lambda_o(1, :)); % 第1固有値
lambda_o_ave(2, 1) = mean(lambda_o(2, :)); % 第2固有値
lambda_o_ave(3, 1) = mean(lambda_o(3, :)); % 第3固有値
lambda_o_ave(4, 1) = mean(lambda_o(4, :)); % 第4固有値
% ----- %
% ----- %
%% FEデータの平均固有値
% ----- %
lambda_data_ave(1, 1) = mean(lambda_data(1, :)); % 第1固有値
lambda_data_ave(2, 1) = mean(lambda_data(2, :)); % 第2固有値
lambda_data_ave(3, 1) = mean(lambda_data(3, :)); % 第3固有値
lambda_data_ave(4, 1) = mean(lambda_data(4, :)); % 第4固有値
% ----- %
end

```